

SÉRIE A. N° 944

N° D'ORDRE :

1768

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. MERCIER

Agrégé-Préparateur à l'Ecole Normale Supérieure

1^{re} THÈSE. — SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION
DE LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES
DE HAUTE FRÉQUENCE.

APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA VITESSE
DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTI-
QUES LE LONG DES FILS CONDUCTEURS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 13 juin 1923 devant la Commission d'examen

MM. G. BERTRAND... *Président.*

H. ABRAHAM.... } *Examineurs.*
A. COTTON..... }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1923

SÉRIE A. N° 944

N° D'ORDRE :

1768

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. MERCIER

Agrégé-Préparateur à l'Ecole Normale Supérieure

1^{re} THÈSE. — SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION
DE LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES
DE HAUTE FRÉQUENCE.

APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA VITESSE
DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTI-
QUES LE LONG DES FILS CONDUCTEURS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 13 juin 1923 devant la Commission d'examen

MM. G. BERTRAND... *Président.*

H. ABRAHAM... }
A. COTTON..... } *Examineurs.*

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1923

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen..... MOLLIARD, *Prof...* Physiologie végétale.
Doyen honoraire.... P. APPELL.

Profess. honoraires.. } P. PUISEUX.
 } VÉLAIN.
 } BOUSSINESQ.
 } G. PRUVOT.

<i>Professeurs</i>	{	E. PICARD.....	Analyse supér. et algèbre supérieure.
		KOENIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
		GOUSAT.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
		HALLER.....	Chimie organique.
		JOANNIS.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
		JANET.....	Electrotechnique générale.
		WALLERANT.....	Minéralogie.
		ANDOYER.....	Astronomie.
		PAINLEVÉ.....	Mécanique anal. et mécan. céleste.
		HAUG.....	Géologie.
		H. LE CHATELIER.	Chimie générale.
		G. BERTRAND.....	Chimie biologique.
		M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale et radioactivité.
		CAULLERY.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés)
		C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
		G. URBAIN.....	Chimie minérale.
		ÉMILE BOREL.....	Calcul des probabilités et phys. mathém.
		MARCHIS.....	Aviation.
		JEAN PERRIN.....	Chimie physique.
		ABRAHAM.....	Physique.
		CARTAN.....	Mécanique rationnelle.
		Cl. GUICHARD.....	Géométrie supérieure.
		LAPICQUE.....	Physiologie.
		GENTIL.....	Géographie physique.
		VESSIOT.....	Théorie des groupes et calc. des variat.
		COTTON.....	Physique générale.
		DRACH.....	Application de l'analyse à la géométrie.
		C. FABRY.....	Physique.
		CHARLES PÉREZ...	Zoologie.
		LÉON BERTRAND...	Géologie appliquée et géologie région.
		DANGEARD.....	Botanique.
		LESPIEAU.....	Théories chimiques.
		LEDUC.....	Physique théorique et phys. céleste.
		MONTEL.....	Mathématiques générales.
		MAURAIN.....	Physique du Globe.
		RABAUD.....	Biologie expérimentale.
		WINTREBERT.....	Botanique.
		HEROUARD.....	Zoologie.
		RÉMY PERRIER....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
		SAGNAC.....	Physique théorique et physique céleste.
		N.....	Biologie expérimentale.
		PORTIER.....	Physiologie.
		BLAISE.....	Chimie organique.
		PECHARD.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
		AUGER.....	Chimie analytique.
M. GUICHARD.....	Chimie minérale.		
GUILLET.....	Physique.		
<i>Secrétaire</i>	D. TOMBECK.		



A LA MEMOIRE DE MES PARENTS



Digitized by the Internet Archive
in 2026

A MA FEMME

A MON MAITRE

M. HENRI ABRAHAM

DIRECTEUR DU LABORATOIRE DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

Hommage respectueux et reconnaissant

PREMIÈRE PARTIE

SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES DE HAUTE FRÉQUENCE.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le but que nous nous sommes proposé dans le présent travail est de déterminer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils conducteurs. Nous utilisons pour cela la propriété des oscillations électriques de très haute fréquence de pouvoir donner un système d'ondes stationnaires le long de deux fils conducteurs parallèles, de longueur relativement faible.

Nous aurons, d'une part, à déterminer la période des oscillations électriques employées qui seront des oscillations entretenues et, d'autre part, à mesurer la longueur d'onde du système d'ondes stationnaires produit.

Notre travail comprendra donc deux parties. La première sera relative à la détermination de la période, la seconde à celle de la longueur d'onde.

Introduction à la première partie et Historique

Le problème qui consiste à déterminer avec précision la période d'oscillations électriques de haute fréquence est sans aucun doute un des plus essentiels à résoudre pour l'étude de ces oscillations.

L'importance de ce problème qui s'est posé dès la découverte de ces oscillations n'a pas cessé de s'accroître, surtout depuis leur application à la T. S. F. L'augmentation du nombre des postes et l'accroissement de leur puissance et de leur portée exigent, de toute nécessité, pour éviter les brouillages un réglage de plus en plus précis. Alors que l'on pouvait se contenter, il y a une dizaine d'années par exemple, d'une précision de quelques unités pour cent dans la détermination de la période des oscillations de haute fréquence ⁽¹⁾, il faut aujourd'hui, surtout depuis l'emploi des ondes entretenues, pouvoir atteindre et même dépasser d'une façon courante et pratique la précision du millième.

De nombreuses méthodes de détermination ont été proposées ; toutes peuvent se ramener à quelques méthodes types que nous allons successivement examiner.

a) *Méthode de calcul direct.* — Une première méthode consiste à donner à l'oscillateur des formes géométriques permettant de calculer sa self-induction, sa résistance et sa capacité. Il n'y a plus alors qu'à appliquer la formule bien connue de Thomson ou une formule plus précise pour obtenir la période. C'est ainsi que Hertz opérait avec son excitateur à boules

(1) On s'exprime habituellement par longueurs d'ondes et non par périodes. Or c'est toujours une période que l'on détermine expérimentalement. L'emploi de l'expression de longueur d'onde suppose connue la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques. On prend celle-ci dans l'air égale à la vitesse de la lumière ainsi que l'ont déterminée approximativement de nombreux expérimentateurs. Ce n'est qu'à cette condition qu'il revient au même de parler de longueurs d'ondes ou de périodes.

Ou bien, lorsque l'excitateur est très amorti, on peut utiliser les propriétés de l'excitation par chocs et calculer la période des oscillations induites dans un circuit si la forme de celui-ci se prête facilement à la détermination de ses divers éléments. Rappelons l'emploi par Hertz d'un résonateur circulaire et par Blondlot d'un résonateur rectangulaire.

Il faudra tenir compte de tous les facteurs qui interviennent si l'on veut une grande précision dans la détermination de la période.

Or les formes géométriques ne sont jamais rigoureusement réalisées. De plus, le diélectrique du condensateur peut ne pas avoir le même pouvoir inducteur spécifique pour toutes les fréquences. Il est possible aussi que la répartition des lignes de force entre les armatures change avec la fréquence : la capacité s'en trouve par cela même modifiée. Enfin la capacité répartie le long des fils ne l'est pas également tout le long de ces fils.

Quant au courant, il n'est pas réparti uniformément à la surface des conducteurs et sa pénétration en profondeur varie avec la fréquence. Dans une bobine, par exemple, la densité du courant sur la face interne est plus grande que celle de la face externe et leur rapport est fonction de la fréquence. Aussi, malgré l'emploi d'un condensateur à air et d'une bobine ne comprenant qu'une spire ou plusieurs spires en une seule couche, le calcul des éléments de l'oscillateur ne peut être qu'approximatif.

Au lieu de calculer ces éléments on peut les mesurer par comparaison à des grandeurs étalons de même espèce, au moyen du pont de Wheastone par exemple. Mais ces étalons sont eux-mêmes calculés et les comparaisons se font en basse fréquence. Les résultats ne sont pas meilleurs et la précision reste de l'ordre de quelques centièmes.

b) *Méthode du miroir tournant.* — On a cherché alors à déterminer la période des oscillations de haute fréquence par une mesure directe sans l'intermédiaire d'aucun calcul.

De nombreux expérimentateurs, parmi lesquels nous citerons MM. Trowbridge et Duane, Saunders, Décombe, Tissot ont repris la méthode du miroir tournant, utilisée autrefois par Feddersen pour les oscillations électriques de basse fréquence. Un miroir tournant est disposé devant l'étincelle de l'oscillateur ou d'un circuit adjoint, parcouru par des courants de haute fréquence dont on veut déterminer la période. L'étincelle étant discontinue, le miroir en donne une série d'images sur une plaque photographique. Connaissant la vitesse du miroir et la distance de la plaque au miroir, on en déduit facilement le temps qui s'écoule entre la production de deux images successives c'est-à-dire la période même des oscillations.

Cette méthode est aussi entachée de nombreuses causes d'erreurs : dans la détermination de la vitesse de rotation du miroir, dans l'évaluation de la distance du miroir à la plaque et dans la distance des images entre elles sur la plaque, images qui sont de véritables taches. Elle ne donne pas une approximation supérieure au centième et, de plus, elle n'est pas générale et ne s'applique qu'aux émetteurs.

c) *Méthode de la mesure de la longueur d'onde.* — Certains expérimentateurs, dont M. le Général Ferrié, ont essayé de déterminer directement la longueur d'onde dans l'air des oscillations émises par un oscillateur. Ils supposent pour cela qu'une antenne rectiligne vibre en quart d'onde. Mais ceci n'est exact que si l'on s'appuie sur une théorie simplifiée des ondes stationnaires le long des fils conducteurs et admet implicitement que la propagation des ondes se fait avec la même vitesse que dans l'air et, par conséquent, est indépendante de la nature des fils, de leur grosseur et de la fréquence des oscillations.

On a proposé une méthode semblable, mais dans laquelle on utilise deux fils parallèles. C'est ainsi que MM. Drude et Pérot ont opéré.

L'emploi de la bobine multiplicatrice de Slaby ou du

résonateur Oudin beaucoup moins encombrants que des fils tendus permet d'étendre la méthode à des oscillations de longueur d'onde beaucoup plus grande. On peut étalonner cette bobine par comparaison avec des circuits étalons et on a alors un véritable ondemètre.

Cette méthode ne donne pas une précision supérieure à plusieurs unités pour cent.

d) *Méthode dite « de résonance ».* Ondemètres. — Toutes ces méthodes ont été peu à peu abandonnées, parce que peu précises ou peu pratiques et actuellement on n'emploie plus guère que la méthode indirecte dite de résonance. D'ailleurs la précédente méthode ne consiste pas en autre chose qu'à mettre en résonance sur l'émetteur un circuit oscillant ouvert, dont la forme simple permet d'en connaître la longueur d'onde propre⁽¹⁾.

Cette méthode, en effet, consiste à amener en résonance sur l'émetteur ou le récepteur considéré un circuit oscillant auxiliaire, comprenant seulement une bobine de self-induction et un condensateur et ayant l'un au moins de ces deux éléments variable. L'accord se fait d'une façon d'autant plus précise que les oscillations sont moins amorties et que le circuit auxiliaire est moins résistant. La théorie du phénomène a été faite la première fois par Bjerkness. Un instrument de contrôle quelconque, ampèremètre, détecteur et téléphone ou bien électromètre permet de se rendre compte de la réalisation de l'accord. Il suffit d'étalonner ce circuit auxiliaire pour avoir un « ondemètre ». Jusqu'à ces dernières années, pour cet étalonnage, on calculait ou on mesurait les divers éléments du circuit. Mais on retombe alors sur les difficultés signalées en

(1) Rappelons que le résonateur dont nous avons parlé au début de cette étude peut servir à évaluer la période d'un poste émetteur assez peu amorti de quelques mètres de longueur d'onde. C'est ainsi que MM. Birkeland et Turpain ont pu l'utiliser en le perfectionnant et en mettant un téléphone aux bornes du condensateur ou de l'étincelle.

parlant de l'évaluation directe de la période propre des oscillateurs ; néanmoins la méthode est plus précise que celle qui consiste à calculer les éléments de l'émetteur ou du récepteur, dont la forme est le plus souvent très compliquée.

De nombreux modèles ont été proposés, depuis les résonateurs linéaires jusqu'aux modèles actuels, universellement employés. Dans certains, c'est la self-induction qui est variable ; dans d'autres, c'est la capacité ; dans d'autres enfin, les deux varient simultanément.

La bobine de self-induction peut ne comporter qu'un tour de fil ou bien être formée d'une ou plusieurs bobines à spires serrées.

Le condensateur variable est constitué par une ou plusieurs plaques pouvant glisser les unes entre les autres, tantôt d'un mouvement de translation, tantôt d'un mouvement de rotation.

Parmi ceux qui ont contribué au perfectionnement de cette méthode, nous devons citer MM. Dönitz, Tissot, Fleming, Jouaust et M. le Général Ferrié ⁽¹⁾.

En 1912, M. Jouaust a donné les résultats d'une étude relative à la comparaison de plusieurs ondemètres d'origines et de modèles divers. Il les a trouvés comparables entre eux avec une approximation de quelques unités pour cent.

Des comparaisons analogues, faites par MM. Diesselhorst et Campbell en Allemagne et en Angleterre avaient donné des résultats du même ordre.

Mais, avec l'emploi des ondes entretenues, la précision de l'accord, à cause de l'acuité de la résonance, devenait telle que toute l'erreur commise venait pour ainsi dire des lectures

(1) Dans le but d'avoir un ondemètre ne comportant aucun élément variable, dont la construction est toujours délicate et la graduation plus ou moins incertaine, M. le Général Ferrié a réalisé un appareil à deux aiguilles à lecture directe. Mais il y a toujours des bobines dont il faut calculer ou mesurer la résistance et la self-induction.

et surtout de l'étalonnage des appareils. Comme, d'autre part, la technique de la construction, celle en particulier des condensateurs à air variables, avait fait des progrès considérables et permettait d'éliminer pratiquement l'erreur due à l'infidélité de ces condensateurs et de diminuer celle relative aux lectures, il devenait nécessaire de pouvoir étalonner les ondemètres autrement que par des calculs ou des mesures de comparaison.

On aurait pu songer, il est vrai, à avoir un ondemètre étalon, auquel on aurait comparé tous les autres avec une grande précision, mais les indications n'auraient été que toutes relatives.

Il fallait donc revenir à une méthode directe de la détermination des périodes. La méthode « des harmoniques » semble avoir résolu le problème d'une manière satisfaisante.

e) *Méthode des « harmoniques » et mesure des périodes en valeur absolue.* — Déjà, en 1911 et 1912, MM. Chaffee et Lindemann avaient songé à étalonner les ondemètres en les accordant successivement sur les différents harmoniques d'un arc électrique. Ils déterminaient ainsi toute une série de points de la graduation ou de la courbe d'étalonnage des appareils. Mais cet étalonnage n'était fait qu'en valeur relative. En 1917, M. Chaffee appliqua cette même méthode à un oscillateur à lampes à trois électrodes.

Des essais d'étalonnage en valeur absolue ont été tentés, notamment par M. Robert von Ettenrich, avec un alternateur à haute fréquence alimentant une bobine couplée avec le circuit de l'ondemètre que l'on accordait successivement sur les différents harmoniques de l'alternateur ; mais il est assez difficile de pouvoir répondre de la constance de la vitesse de rotation et de son évaluation précise en valeur absolue. Nous devons signaler aussi à ce sujet les essais faits pendant la guerre par M. Armagnat.

La méthode proposée par MM. Abraham et Bloch est certainement meilleure. Elle constitue un procédé très précis de

mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence.

Elle consiste à rendre la période d'une oscillation électrique identique à celle d'un harmonique d'un oscillateur dont la période fondamentale peut être elle-même rendue identique à celle d'un diapason étalonné.

Pour cela, les auteurs utilisent les harmoniques d'un oscillateur à lampes spécial imaginé par eux qui possède un très grand nombre d'harmoniques, cent cinquante environ, et auquel ils ont donné, pour cette raison, le nom de multivibrateur. La période fondamentale de cet oscillateur est comparée par la méthode des battements à celle d'un diapason étalonné. Dans cette comparaison et dans l'étalonnage du diapason ils ont atteint des précisions qui permettent de déterminer la période d'une oscillation électrique avec une précision supérieure au millième.

Pour étalonner un ondemètre, ils l'accordent successivement sur les différents harmoniques du multivibrateur. Tous les procédés couramment employés pour obtenir cet accord donnent les mêmes résultats à $\frac{1}{1,000}$ près.

M. Townsend, tout récemment, vient de préconiser l'emploi d'une méthode qui, quoique différente dans le fond, n'est pas sans analogie avec celle du multivibrateur. Il utilise aussi, en effet, les harmoniques d'un oscillateur à lampes. Mais, au lieu de déterminer en valeur absolue la période d'un oscillateur de fréquence audible, il détermine la longueur d'onde d'un oscillateur de très haute fréquence dont la période est rendue identique à celle d'un harmonique de l'oscillateur dont on veut avoir la période. Il fait agir l'oscillateur de courte période sur un système de deux fils parallèles. Un pont mobile permet d'amener ce système en résonance sur l'oscillateur et la distance entre deux positions de résonance du pont donne la demi-longueur d'onde. Un couple thermoélectrique placé dans le pont mobile lui permet de

déterminer ces positions de résonance à moins de $\frac{1}{5.000}$ près.

Et à cette précision, dit-il, la longueur d'onde est la même quand la distance des fils varie de 2 à 10 cm., leur diamètre de 1 mm. 2 à 2 mm. 05 et la résistance du couple de 0,3 à 8 ohms.

La méthode de MM. Abraham et Bloch est certainement plus commode et plus pratique et elle sert actuellement, en France, à graduer les ondemètres. La mesure d'une longueur d'onde est en effet, à précision égale, plus délicate et plus longue que la détermination par la méthode des battements d'une fréquence audible.

Les deux méthodes, d'ailleurs, ne peuvent donner les mêmes résultats que si la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est la même le long des fils métalliques et dans l'air, indépendante par conséquent de la nature des fils, de leur diamètre et de leur distance.

Le présent travail pourrait en quelque sorte être envisagé comme une comparaison de ces deux dernières méthodes. Il s'agit, en effet, pour une telle comparaison, de mesurer par un procédé analogue à celui de MM. Abraham et Bloch la période d'oscillations électriques de très haute fréquence, susceptibles de déterminer le long de deux fils métalliques parallèles un système d'ondes stationnaires, et par un procédé analogue à celui de M. Townsend la longueur d'onde de celles-ci. Or, c'est précisément de cette façon que nous procédons pour obtenir la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils et étudier celle-ci en fonction de la nature, du diamètre et de la distance des fils.

Premiers essais de mesure des périodes en valeur absolue.

Nous avons tout d'abord cherché à étendre la méthode des harmoniques, d'une part, à des oscillations dont la période

est de l'ordre de la seconde et d'autre part, à des oscillations dont la longueur d'onde est de l'ordre du mètre.

On part d'un oscillateur électrique à lampes de très basse fréquence, ayant beaucoup d'harmoniques et dont on détermine, par inscription, la période avec une grande précision en la comparant directement à celle des battements d'une horloge garde-temps.

On fait battre un de ces harmoniques avec le fondamental d'un autre oscillateur, ayant lui-même de nombreux harmoniques. Cette opération qui peut se répéter plusieurs fois permet d'atteindre les plus faibles longueurs d'ondes. Nous avons effectivement reconnu que la méthode des harmoniques est utilisable avec des ondes de quelques mètres, mais elle nécessite alors évidemment des réglages d'une extrême précision. On peut ainsi passer d'une fréquence de quelques unités ou quelques dizaines à une fréquence de plusieurs centaines de millions de périodes à la seconde.

Un ondemètre, placé à quelque distance, est branché à un détecteur et à un amplificateur. Il sert à écouter le son de battements entre deux oscillateurs successifs et permet ainsi de les amener à l'accord. Le même appareil ne pouvant servir pour tous les réglages nous avons dû utiliser, dans nos expériences, deux amplificateurs et trois ondemètres.

Certains artifices permettent de faire toutes les comparaisons de fréquences avec une précision de l'ordre de $1/100.000$. Ainsi pour comparer la période d'un oscillateur de 750 mètres de longueur d'onde (400.000 périodes) à celle du vingtième harmonique d'un oscillateur de 15.000 mètres de longueur d'onde (20.000 périodes), on écoute le son de battements sur un circuit d'ondemètre de 750 mètres de longueur d'onde propre et on arrive très bien à se mettre à l'extinction ; mais on ne peut pas alors dans le téléphone de l'amplificateur déterminer la hauteur du son de battements.

Si la fréquence que l'on peut considérer comme limite des fréquences audibles est de 40 périodes à la seconde, l'accord

correspondant n'est réalisé qu'à $\frac{1}{10.000}$ près. Mais on peut faire battre les deux oscillateurs avec un troisième de fréquence un peu différente, 401.000 par exemple. Les deux sons de battements électriques ont respectivement pour fréquence 1.000 et 1.000 ± 40 pour un son primitif de 40 et dans le téléphone on entend un son de battements acoustiques de 40 périodes par seconde. On constate alors que l'on peut amener les deux premiers oscillateurs à l'accord à une vibration près par seconde environ, donc certainement à plus du $1/100.000$ près.

Pour les oscillateurs de périodes plus longues, on peut compter directement le nombre des battements à l'amplificateur, ce qui permet d'évaluer avec précision l'écart entre les périodes.

Dans cette méthode, les oscillateurs sont placés très loin l'un de l'autre et loin également des appareils de réception et de contrôle. Il vaut mieux ne pas utiliser ici un multivibrateur dont les nombreux harmoniques de fréquence audible sont une cause de brouillage et gênent considérablement le réglage des oscillateurs de très haute fréquence. Nous l'avons remplacé par un oscillateur n'ayant guère plus d'une vingtaine d'harmoniques utilisables.

Pour faciliter les réglages on peut employer utilement le procédé indiqué par M. Gutton pour renforcer tel ou tel harmonique donné d'un oscillateur.

Malgré la grande stabilité des oscillateurs à lampes, tous ces réglages simultanés ne sont pas sans présenter de grosses difficultés pratiques et, malgré la précision obtenue dans chaque comparaison de fréquences, le nombre de comparaisons ne permet pas de pouvoir déterminer de cette manière la période d'oscillations électriques de très haute fréquence avec une précision dépassant le $1/20.000$.

A la suite de ces essais, nous avons été amené à employer une autre méthode toute différente quant au principe. Avant

de la décrire nous devons dire quelques mots du phénomène de la synchronisation harmonique qui est à la base même de cette nouvelle méthode.

De la synchronisation simple et harmonique des oscillateurs électriques.

Synchronisation simple. — « Le phénomène de la synchronisation est une propriété très générale qui appartient à tout système composé de deux appareils oscillants, quelconques, mais de même nature, ayant des fréquences voisines et entre lesquels il existe une liaison.

Il est caractérisé par les propriétés suivantes : quand on essaie d'amener deux oscillateurs à l'accord parfait en faisant varier progressivement la fréquence propre de l'un d'entre eux il se produit, à un moment donné, une disparition brusque des battements. Les oscillateurs sont *synchronisés*. Ils se sont *accrochés*. Il y a toute une *plage de synchronisation* dans laquelle ils sont rigoureusement à la même fréquence, cette fréquence commune variant d'ailleurs quand on modifie légèrement l'un d'eux. Puis les battements réapparaissent brusquement si la variation se poursuit dans le même sens. Mais si les oscillateurs s'accrochent pour une valeur déterminée de la fréquence propre de l'un des appareils, quand par exemple on fait croître celle-ci, ils ne se décrocheront plus, quand nous agirons en sens inverse, que pour une fréquence inférieure à celle trouvée précédemment. Les oscillateurs montrent ainsi une tendance très accusée à rester au synchronisme.

Nous avons pu mettre ces propriétés en évidence d'une façon extrêmement nette en utilisant des oscillateurs à lampes à trois électrodes dont la stabilité est particulièrement grande quand le régime est établi.

L'observation est commode et la facilité de réglage permet de suivre la marche des phénomènes pour des liaisons même

très faibles, lorsque la synchronisation ne se produit que pour une égalité presque absolue des fréquences, à quelques battements par seconde pour des fréquences de l'ordre de 100.000 par exemple ($\lambda = 3$ km.).

Il est notamment facile de faire varier la grandeur de la plage de synchronisation en agissant sur la réaction mutuelle des deux oscillateurs. La hauteur du son de battements à la limite d'accrochage ou de décrochage varie naturellement dans le même sens que la réaction mutuelle. »

Citons, à titre d'exemple, la première expérience que nous avons réalisée. Nous avons pris deux oscillateurs à lampes, quelconques, construits dans un tout autre but et d'une longueur d'onde de 1.000 mètres environ (fréquence : 300.000). Aux bornes du condensateur variable de l'un d'eux, de $2/1.000$ de microfarad, est branché un autre condensateur variable de $1/20.000$ de microfarad environ et qui permet de faire varier la période propre de l'oscillateur d'une façon progressive et très lente.

La liaison entre les deux oscillateurs est réalisée simplement par le couplage par induction qui existe du fait même que les deux oscillateurs sont en présence l'un de l'autre. On voit combien cette liaison est faible.

Une bobine est couplée avec les deux oscillateurs et est branchée à un amplificateur-détecteur : on peut ainsi se rendre compte de la hauteur du son de battements. Lorsque celui-ci devient suffisamment bas on ne peut plus l'entendre. On utilise alors un troisième oscillateur de période un peu différente comme on l'a indiqué dans le paragraphe précédent ou bien on compte les oscillations de l'aiguille d'un microampèremètre placé dans le circuit de plaque de la dernière lampe de l'amplificateur, dont on compense la plus grosse partie du courant. Au moment de l'accrochage, l'aiguille du microampèremètre se fixe et le son de battements disparaît brusquement.

Et il est impossible avec le troisième oscillateur d'obtenir

deux sons de hauteurs différentes ce qui prouve qu'il n'y a pas d'oscillations de deux périodes différentes comme dans les circuits couplés. L'ensemble des deux oscillateurs vibre bien avec une période commune et unique.

Voici, à titre purement qualitatif, les chiffres que nous avons relevés :

Distance entre les deux oscillateurs	Grandeur de la plage de synchronisation			
35 cm.	$\frac{80}{180}$	du cond. de $\frac{1}{20.000}$	de mf.	
30 cm.	$\frac{100}{180}$	—	—	
25 cm.	$\frac{130}{180}$	—	—	
20 cm.	$\frac{165}{180}$	—	$\frac{4}{180}$	du cond. de $\frac{2}{1.000}$ mf.
15 cm.			$\frac{8}{180}$	— —
10 cm.			$\frac{18}{180}$	— —
5 cm.			$\frac{28}{180}$	— —
0 cm.			$\frac{40}{180}$	— —

Mais, en fait, il y a deux plages de synchronisation. Celle qui correspond de chaque côté aux décrochages est plus grande, comme nous l'avons dit, que celle qui correspond aux accrochages. Les chiffres donnés se rapportent à la première. La différence entre les deux plages varie comme ces plages elles-mêmes.

Pour une distance des oscillateurs supérieure à 15 cm., nous avons pu abaisser le son de battements à une fréquence de une unité par seconde ou au-dessous. Mais pour une distance plus faible le son de battements ne peut plus descendre aussi bas. Quand les oscillateurs se touchent le son de batte-

ments le plus bas que l'on puisse obtenir avant l'accrochage est de l'ordre d'une cinquantaine de périodes par seconde.

Synchronisation harmonique. — Après plusieurs expériences du même genre avec des oscillateurs de périodes différentes nous avons essayé de voir si ce synchronisme pouvait s'obtenir dans le cas moins simple où l'un des deux oscillateurs a comme période fondamentale la période de l'un des harmoniques de l'autre. Le phénomène est exactement le même et présente les mêmes caractéristiques. Mais, comme on pouvait le prévoir, l'oscillateur de plus longue période doit avoir des harmoniques intenses. De plus, à puissance égale, la réaction mutuelle doit être plus forte que dans le cas de la synchronisation simple.

Les deux oscillateurs peuvent également s'accrocher sur un harmonique commun qui sera d'ordre d'autant plus élevé que les oscillateurs auront des harmoniques plus intenses. Mais il devient souvent nécessaire alors d'avoir une réaction mutuelle considérable.

Ce synchronisme peut se réaliser quelles que soient les fréquences employées, aussi bien pour des fréquences de quelques unités par seconde que pour des fréquences de l'ordre de 100.000.000 ($\lambda = 3$ m.). Dans le cas des oscillations de basse fréquence le phénomène est aisé à analyser : il suffit d'inscrire sur du noir de fumée le courant d'une bobine alimentée par les deux oscillateurs ou même simplement par un seul d'entre eux et, en agissant progressivement sur la capacité de l'un quelconque, on voit les battements se former, leur fréquence diminuer, puis ils disparaissent brusquement pour réapparaître plus loin d'une façon également brusque. La figure 1 montre en outre de quelle façon on passe de l'accrochage sur un certain harmonique à l'accrochage sur l'harmonique suivant.

Tous les dispositifs de couplage par induction ou par lampe que nous avons utilisés donnent des résultats analogues. Le phénomène est général.



Fig. 1. — *a*) Synchronisation harmonique; *b*) Passage d'un harmonique au suivant.

Quelquefois il suffit que les deux oscillateurs aient leur batterie de haute tension commune pour que l'accrochage se fasse avec des harmoniques de rang même très élevé. C'est ainsi qu'on peut accrocher deux oscillateurs de 4 m. et de 80 m. de longueur d'onde.

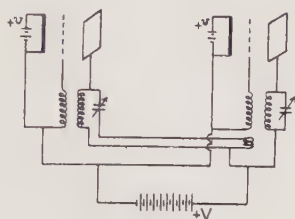


Fig. 2.

On peut également utiliser des couplages par induction. Une bobine faisant partie du circuit oscillant de l'un des oscillateurs ou simplement intercalée dans son circuit de plaque.

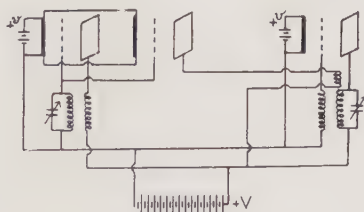


Fig. 3.

que peut être couplée d'une façon plus ou moins serrée avec le circuit oscillant de l'autre oscillateur ou une bobine placée dans un de ses circuits de grille ou de plaque. Dans l'exemple de la figure 2 la batterie de haute tension est commune.

Ce mode de couplage d'ailleurs peut encore revêtir bien d'autres formes. En particulier on peut adjoindre à l'un des oscillateurs une lampe supplémentaire branchée en parallèle avec les autres sauf la plaque. Cette plaque sera reliée à la batterie de haute tension par l'intermédiaire d'une bobine

qui remplacera la bobine de l'exemple précédent. L'avantage de ce montage est de donner plus de stabilité à l'oscillateur au moment de l'accrochage (fig. 3).

On peut aussi utiliser le couplage par lampe, beaucoup

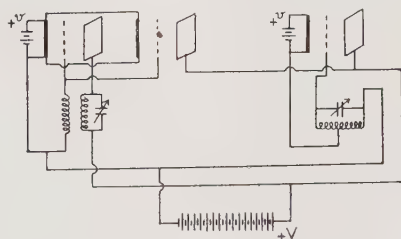


Fig. 4.

plus serré encore. La plaque de la lampe supplémentaire est reliée directement aux plaques de l'autre oscillateur et débite à travers les enroulements de son circuit de plaque. La batte-

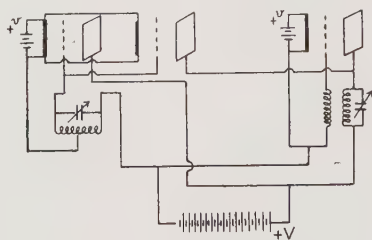


Fig. 5.

rie de haute tension est de préférence commune (fig. 4 et 5). Parfois la réaction mutuelle peut être tellement forte qu'au moment de l'accord un des oscillateurs se désamorce. Dans certains montages de ce genre la batterie de chauffage ne peut pas être commune en même temps que la batterie de haute tension : celle-ci se trouverait mise en court-circuit. D'ailleurs il vaut mieux, d'une façon générale, isoler les circuits de chauffage ; on gagne en stabilité.

Il y a dans tous les cas et quel que soit le montage adopté un échange mutuel d'énergie. Et il importe peu que l'action se fasse de l'oscillateur de plus longue période à celui de plus courte période ou en sens inverse. La puissance relative des oscillateurs joue un rôle au moins aussi considérable que le sens de la différence de leurs longueurs d'ondes.

De la synchronisation multiple ; méthode adoptée pour la mesure en valeur absolue de la période des oscillations électriques.

Nous avons ensuite cherché à étendre cette propriété à plusieurs oscillateurs en cascade, chacun d'eux étant accroché sur un des harmoniques du précédent. L'expérience ne présente pas de difficultés particulières, mais demande naturellement des réglages d'autant plus soignés que le numéro d'ordre des harmoniques employés et le nombre des oscillateurs sont plus élevés car, à puissance égale, les plages de synchronisation deviennent plus étroites.

Le maximum de stabilité est atteint lorsque la plage de synchronisation de l'un des oscillateurs avec le précédent a même centre que la plage de synchronisation du même oscillateur avec celui qui le suit. On arrive très bien à se placer dans ces conditions par approximations successives en agissant sur les capacités variables des divers oscillateurs. Le contrôle se fait au moyen d'ondemètres réglés sur les différentes longueurs d'ondes employées et d'amplificateurs.

Nous réalisons ainsi un multivibrateur d'un genre spécial, ayant un nombre immense d'harmoniques de rangs très élevés, et tous très intenses, parce qu'ils se trouvent renforcés et créés à nouveau pour ainsi dire par chaque oscillateur particulier que l'on ajoute. Si l'on agit sur l'un quelconque des oscillateurs du système sans dépasser les limites de la plage de synchronisation correspondante on modifie la période fondamentale de l'ensemble qui se trouve entraîné en bloc. Le dernier harmonique de l'oscillateur de plus haute fréquence

est toujours un harmonique exact de l'oscillateur le moins rapide.

Dans la réalisation de cette méthode, nous sommes arrivé à synchroniser l'un sur l'autre jusqu'à six oscillateurs en série, allant de 50 périodes à la seconde à environ 5.000.000 (60 m. de longueur d'onde). Nous sommes même parvenu à amener au synchronisme un septième oscillateur de 4 m. de longueur d'onde mais, pour la suite des expériences et pour des raisons que nous examinerons dans la deuxième partie de ce travail, nous avons dû laisser ce dernier oscillateur complètement indépendant.

En même temps, pour plus de stabilité, nous avons relevé la longueur d'onde de l'oscillateur précédent de 60 à 80 m. Nous avons alors simplement comparé à la période d'un de ses harmoniques de rang élevé celle de l'oscillateur de 4 m. de longueur d'onde par la méthode des battements. Nous verrons que l'erreur qui résulte de ce fait est extrêmement faible.

D'autre part, les oscillations de l'oscillateur de plus basse fréquence sont inscrites et comparées à celles d'une horloge garde-temps dont la période est de 2 secondes et qui sont inscrites en même temps.

Remarquons que l'on passe ainsi d'une période de 2 secondes à une fréquence de 75.000.000 (4 m. de longueur d'onde), c'est-à-dire à une période 150.000.000 de fois plus petite et ceci au moyen d'un système oscillant unique. Ce rapport des périodes extrêmes peut même être doublé car, par la même méthode, nous avons pu mettre en évidence l'harmonique de rang 2 de l'oscillateur de 4 m.

Montage et description des appareils.

La figure 6 donne une idée d'ensemble du montage réalisé et des appareils utilisés. Nous décrirons successivement les appareils enregistreurs et inscripteurs, les différents oscillateurs et les appareils de contrôle.



Fig. 6. -- Vue d'ensemble des appareils.

Appareil enregistreur. — Les inscriptions se font sur une bande de papier noirci au noir de fumée. L'appareil dérouleur est du modèle de ceux qui ont servi dans certains postes de repérage par le son pendant la guerre. La vitesse de déroulement peut atteindre 7 cm. à la seconde et reste à peu près constante. Mais la puissance du ressort du mouvement d'horlogerie ne permet à cette vitesse qu'un déroulement de 12 à 15 minutes; il faut donc remonter l'appareil en cours d'expérience puisque celle-ci dure 20 minutes. La pratique a montré qu'il n'y avait là aucun inconvénient et que le réglage des oscillateurs n'en était pas affecté à condition d'avoir soin d'en éloigner suffisamment l'appareil enregistreur.

Sur la bande sont enregistrées simultanément les oscillations d'une horloge et celles d'un oscillateur. La bande est ensuite laminée entre deux rouleaux métalliques polis; le noir de fumée est ainsi incrusté dans le papier qui se trouve en quelque sorte glacé; le fixage est suffisant pour permettre des lectures immédiates sans fixage supplémentaire au vernis.

Horloge et appareil inscripteur. -- L'horloge employée dans nos expériences était l'horloge garde-temps 1229 Leroy, de l'Observatoire de Paris qu'une ligne spéciale reliait au laboratoire de l'Ecole Normale Supérieure dans lequel nous opérons ⁽¹⁾.

Le schéma de l'appareil utilisé pour l'inscription des battements de cette horloge est donnée par la figure 7.

La grille d'une lampe à trois électrodes comprend dans son circuit une résistance de l'ordre de 50.000 à 100.000 ohms et une batterie d'accumulateurs qui la maintient à une tension statique de — 20 volts. La plaque est reliée au pôle positif d'une batterie de 120 volts par l'intermédiaire du primaire

(1) Je tiens à remercier ici M. Bigourdan, de l'Observatoire de Paris, à l'obligeance duquel j'ai dû de pouvoir disposer pour mes expériences de l'une des horloges garde-temps de l'Observatoire.

d'un transformateur d'amplificateur de basse fréquence. Deux lampes montées en parallèle ont leurs grilles reliées à la sortie du secondaire de ce transformateur dont l'entrée l'est elle-même au pôle négatif de la batterie de 20 volts. Le coefficient d'induction mutuelle entre le secondaire et le primaire est positif; un inverseur permet d'ailleurs d'en changer le signe en modifiant les connexions du secondaire. Le courant de plaque de ces deux lampes passe dans l'enroulement de l'électro-aimant d'un oscillographe.

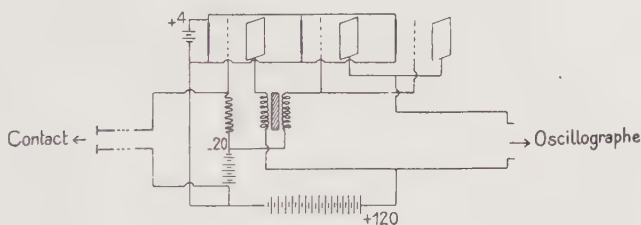


Fig. 7.

Cet électroaimant de petites dimensions est à deux bobines; sa culasse est fixée à l'une des branches d'un aimant permanent en fer à cheval qui la polarise. Une palette de fer doux, mobile autour d'un axe à pivots peut se déplacer dans l'entrefer compris entre les pièces polaires de l'électroaimant et l'autre branche de l'aimant permanent. Il y a normalement une position d'équilibre de la palette. Si on écarte celle-ci de cette position d'équilibre elle est ramenée par un couple à la fois magnétique et de pesanteur. Lorsque le courant passe, la palette se trouve déplacée car le flux augmente dans un des noyaux et diminue dans l'autre et à chaque valeur du courant correspond une position d'équilibre différente. Si le courant cesse la palette revient à sa position première. Une aiguille d'aluminium très mince et fixée à l'extrémité d'une paille solidaire de la palette inscrit sur la bande.

Le contact commandé par l'horloge est normalement

fermé ; la grille est donc normalement au potentiel 0. Ce contact est interrompu toutes les deux secondes : la grille de la première lampe est alors portée brusquement du potentiel 0 au potentiel -20 volts ; le courant de plaque diminue dans de grandes proportions. Le potentiel des grilles des deux dernières lampes qui était de -20 volts remonte brusquement et de même le courant du circuit de plaque. La palette est violemment déplacée et il s'ensuit un coude très brusque sur la bande d'inscription : c'est ce coude qui sert au repérage des temps (fig. 12).

Description des oscillateurs. — Tous les oscillateurs sans exception ont leur circuit de chauffage séparé. La batterie de chauffage, constituée par des accumulateurs de 200 AH est de 4 volts. Toutefois, pour l'oscillateur de très courte longueur d'onde, elle est de 6 volts.

Les batteries de haute tension sont constituées par des accumulateurs de 3 AH. Les deux oscillateurs de 50 et de 300 périodes respectivement ont la même batterie de haute tension qui est de 120 volts. Les quatre oscillateurs suivants ont aussi leur batterie de haute tension commune ; elle est de 200 volts.

Quant à l'oscillateur de très courte longueur d'onde il est alimenté par une batterie séparée de 320 volts.

Les six premiers oscillateurs ont trois lampes en parallèle. Dans les cinq premiers cependant la plaque de la troisième lampe n'est pas réunie aux plaques des deux autres lampes. Elle sert à l'inscription dans l'oscillateur de plus basse fréquence et, dans les autres, au couplage avec l'oscillateur voisin.

Oscillateur de 50 périodes (fig. 8). — C'est un oscillateur à deux lampes en parallèle, du modèle ordinaire. Il comprend un circuit oscillant dans le circuit de la plaque et une bobine de réaction dans celui de la grille. Les deux bobines, celle du circuit oscillant et celle de réaction, sont constituées par les enroulements d'un transformateur d'entrée d'un amplificateur

de basse fréquence. Le couplage est suffisamment fort pour donner des harmoniques nombreux et intenses. La capacité est formée d'un condensateur à air variable de $2/1.000$ et d'une boîte de capacités de $200/1.000$ de microfarad. Il peut s'amorcer pour des fréquences de quelques unités par seconde à quelques centaines.

La plaque de la troisième lampe débite dans l'enroulement d'un oscillographe à fer mobile. Ce dernier comprend une sorte de palette de fer doux, mobile autour d'un axe entre

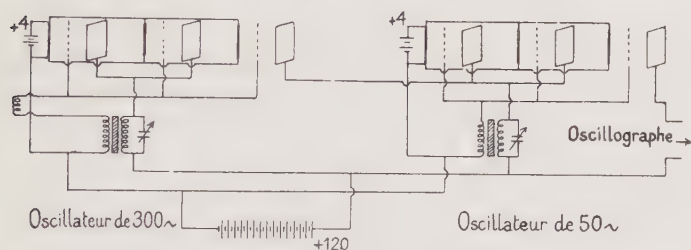


Fig. 8.

deux électroaimants qui servent de pièces polaires à un fort aimant permanent en fer à cheval. Un fil de torsion lui assure une position d'équilibre stable. Lorsque le courant passe, la palette tend à tourner du côté où le champ a augmenté; le fonctionnement ressemble à celui de l'oscillographe décrit dans le paragraphe précédent. Ces deux oscillographes, d'ailleurs, sont analogues à ceux que MM. Abraham et Bloch ont employés pour l'inscription des signaux de T. S. F. On en trouvera les descriptions détaillées dans le compte rendu de leurs travaux. Une aiguille d'aluminium taillée en pointe à son extrémité et solidaire de la palette inscrit les vibrations de l'oscillateur sur la bande noircie au noir de fumée.

Oscillateur de 300 périodes (fig. 8). — Cet oscillateur est de construction identique au précédent. Mais le nombre de tours du primaire du transformateur qui constitue la self du

circuit oscillant est moins grand. La capacité d'autre part

n'est formée que d'un condensateur variable de $2/1.000$ de microfarad.

Tandis que les grilles des trois lampes sont en parallèle, la plaque de la troisième lampe est connectée directement aux plaques de l'oscillateur de 50 périodes et débite à travers la bobine de self-induction du circuit oscillant de celui-ci. Cette troisième lampe assure ainsi le couplage entre les deux oscillateurs.

De plus, une bobine de quelques tours de fil est intercalée dans le circuit de la grille et sert, comme nous allons le voir, au couplage avec l'oscillateur de 6.000 périodes.

Oscillateur de 6.000 périodes (fig. 9). — Le montage qui est aussi d'un type courant est assez différent. Un condensateur variable a ses armatures reliées respectivement à la grille et à la plaque de deux lampes montées en parallèle. En

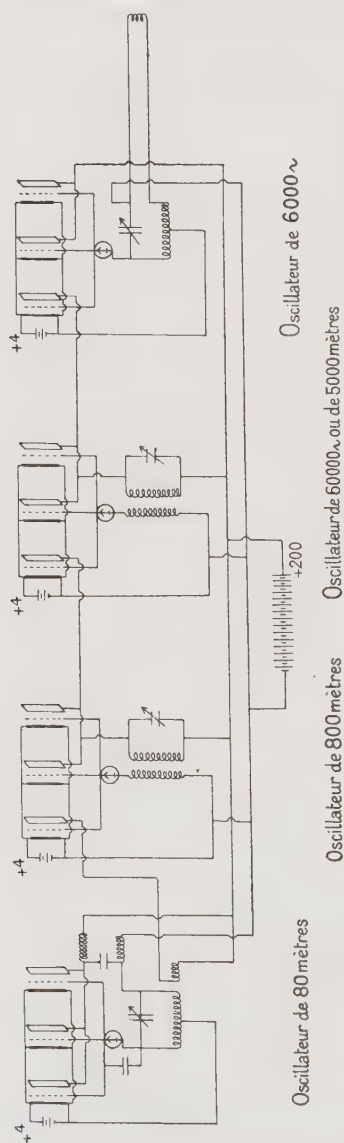


Fig. 9.

dérivation est une bobine dont l'un des points est relié au filament. Un milliampèremètre ⁽¹⁾ intercalé dans le circuit de la grille indique si l'oscillateur est amorcé.

Une bobine de quelques tours de fil faisant partie du circuit oscillant est couplée par induction avec la bobine de couplage de l'oscillateur de 300 périodes, ce qui assure la liaison entre les deux oscillateurs. La troisième lampe, de son côté, assure le couplage avec l'oscillateur suivant de 60.000 périodes : sa plaque, en effet, débite à travers la bobine de self-induction du circuit oscillant de ce dernier.

Oscillateurs de 60.000 périodes (5.000 m. de longueur d'onde) et de 800 m. de longueur d'onde (fig. 9). — Leur construction ne présente rien de particulier. Ce sont des oscillateurs à deux lampes avec circuit oscillant dans le circuit de plaque et bobine de réaction dans le circuit de grille. Ce dernier comprend un milliampèremètre. Leurs condensateurs variables de $2/1.000$ de microfarad sont doublés, comme celui de l'oscillateur précédent, de condensateurs variables de $1/20.000$ de microfarad à vis micrométrique.

Le couplage entre ces deux oscillateurs est indénique à celui que nous venons de décrire pour les deux oscillateurs de 60.000 et de 6.000 périodes.

Mais le couplage de celui de 800 m. de longueur d'onde avec le suivant de 80 m. se fait au contraire par induction. Le circuit de plaque de la troisième lampe comprend une bobine couplée avec la bobine de self-induction du circuit oscillant de l'oscillateur de 80 m. On peut modifier à volonté la réaction mutuelle des deux bobines, car au moment de l'accrochage, en effet, cette réaction peut être assez forte dans certains cas pour désamorcer l'oscillateur de 80 m.

(1) Un tel milliampèremètre est inutile pour les deux oscillateurs précédents dont la fréquence est basse. Lorsqu'ils sont amorcés, on entend très bien vibrer les transformateurs.

Oscillateur de 80 m. de longueur d'onde (fig. 9). — Il est du même type que celui de 6.000 périodes. La bobine est à spires espacées. Le condensateur à air variable et à vis micrométrique est de $1/1.000$ de microfarad. Le milliampère-mètre du circuit de grille est shunté par un condensateur fixe à lames de mica de $2/1.000$ de microfarad. La batterie de

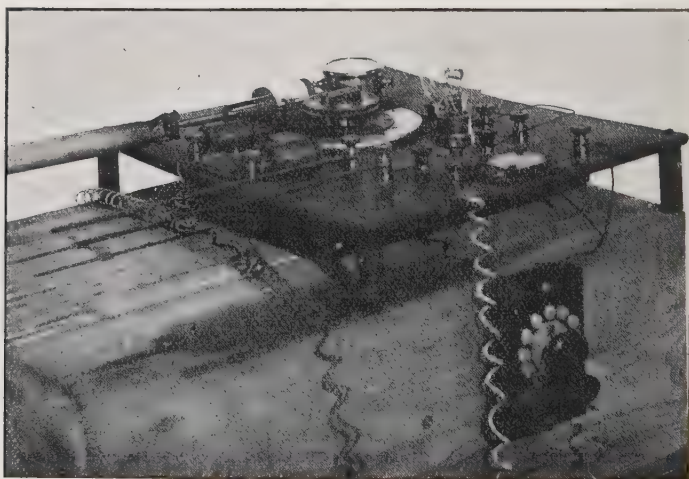
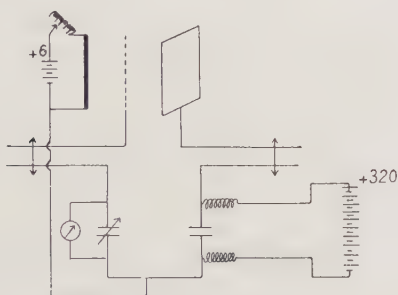


Fig. 10. — Oscillateur de 4 mètres.

haute tension de 200 volts est shuntée d'une façon identique et sur les fils de jonction sont placées deux petites bobines de choc destinées à arrêter en partie les oscillations de haute fréquence. Cet oscillateur peut s'amorcer pour des oscillations allant de 40 à 200 m. de longueur d'onde environ. Un modèle analogue, de constantes un peu différentes, donne des oscillations de 12 à 60 m.

Oscillateur de 4 mètres de longueur d'onde (fig. 10 et 10 bis). — Cet oscillateur à une lampe, analogue à ceux de MM. White, Balh van der Pol et Gutton, est du même type que le précédent. La self-induction du circuit oscillant n'est

autre que celle des fils de connexion eux-mêmes dont on peut d'ailleurs modifier la longueur. La capacité est constituée par la capacité propre des fils et trois condensateurs en série : celui formé par la plaque et la grille de la lampe, celui qui shunte la batterie de haute tension du circuit de plaque et celui qui shunte le milliampèremètre du circuit de grille. Ce dernier qui est un condensateur variable à air de quelques dizaines de centimètres, réglable par vis micrométrique, permet de modifier la période des oscillations émises.



Oscillateur de 4 mètres.

Fig. 10 bis.

Le circuit de chauffage comprend un rhéostat à plots et une batterie de 6 volts.

La gamme d'amorçage de cet oscillateur va de 2 m. 50 à 10 m. de longueur d'onde. En supprimant le milliampèremètre et en faisant du condensateur de plaque une capacité variable on peut descendre jusqu'à 1 m. 60.

Le réglage approché de l'oscillateur se fait en modifiant la longueur des fils des circuits de grille et de plaque par des ponts mobiles ou bien en changeant les fils. Le réglage plus précis, nécessaire pour obtenir des battements de fréquence audible avec un harmonique de l'oscillateur précédent, s'obtient ensuite à l'aide du condensateur variable que l'on peut régler d'une distance de plusieurs mètres. Ce réglage,

très délicat d'ailleurs, est à refaire complètement lorsqu'on change de lampe. Rappelons que l'on peut synchroniser cet oscillateur sur les oscillateurs précédents.

On a supprimé dans ce montage tout ce qui aurait pu être une cause de trouble et nuire d'une façon quelconque à une stabilité parfaite comme par exemple un ampèremètre thermique ou un rhéostat à curseur. Pour la même raison il ne faut pas trop pousser le chauffage sinon la hauteur du son de battements obtenu varie continuellement. En prenant toutes les précautions nécessaires et en n'utilisant que des accumulateurs en bon état et nouvellement chargés on obtient un son de battements très pur tant qu'une cause extérieure de trouble ne survient pas.

Appareils de contrôle. — Un amplificateur de haute fréquence à résistances peut être branché, au moyen d'un commutateur, à deux ondemètres qui servent en même temps de circuits de résonance.

Le grand ondemètre permet de se rendre compte de l'accrochage des oscillateurs de 300 et de 6.000 périodes en réglant son circuit oscillant sur un harmonique commun de 10.000 à 20 000 périodes, c'est-à-dire de 15 à 30 km. de longueur d'onde. Le même ondemètre, sur un réglage différent, permet de constater le synchronisme des oscillateurs de 6.000 et de 60.000 périodes.

Le petit ondemètre est accordé sur l'oscillateur suivant de 800 m.

Le fait de passer d'une échelle à l'autre d'un même ondemètre ou d'un ondemètre à l'autre ne détruit pas le synchronisme des oscillateurs malgré la présence de deux antennes formées d'un mètre environ de fil de brouze et dirigées à partir des ondemètres dans la direction des oscillateurs.

Un autre amplificateur, que l'on aperçoit à gauche de la figure 6, de basse fréquence, à trois étages, est branché en série avec un détecteur à galène aux bornes d'un circuit oscillant constitué par un condensateur variable de 2/30.000

de microfarad et d'une bobine de 4 spires de fil de dix cm. de diamètre. De ce circuit part une antenne dans la direction de l'oscillateur de 80 m. Le circuit oscillant a été précédemment étalonné par la méthode des harmoniques et sert d'ondemètre. On l'accorde sur l'oscillateur de 80 m. ce qui permet d'amener celui-ci au synchronisme avec les précédents. Et, circonstance très favorable, sur le même réglage on entend parfaitement le son de battements de l'oscillateur de 80 m. de longueur d'onde avec le dernier oscillateur réglé sur 4 m.

Cette dernière installation est assez proche de l'oscillateur de 4 m. et l'on troublerait le fonctionnement des appareils en prenant le casque téléphonique qui est dans le circuit de plaque de la troisième lampe de l'amplificateur. Mais on opère en haut parleur et il est alors inutile de s'approcher pour faire les réglages.

Réglage des oscillateurs. Précautions à prendre.

Les condensateurs variables de tous les oscillateurs sont commandés à distance par des bâtons isolants de bois ou d'ébonite. Il faut en effet faire les réglages de très loin, sinon les déplacements de l'opérateur, les mouvements du corps même suffisent pour rompre les synchronismes et modifier les fréquences des oscillateurs de petite longueur d'onde. Pour donner une idée de la sensibilité des accords obtenus, signalons que le son de battements entre les oscillateurs de 4 et de 80 m. est très fortement modifié lorsque quelqu'un se déplace dans la salle d'expériences ou dans les salles voisines, touche un fil de quelques mètres même éloigné de l'oscillateur ou une conduite de gaz ou d'eau à l'autre extrémité de la salle. Ceci explique l'importance qu'il y a à faire fonctionner l'amplificateur de basse fréquence en haut parleur comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent.

Il est indispensable, pour utiliser une telle sensibilité, d'avoir des oscillateurs très stables. D'où la nécessité, sur laquelle on ne saurait trop insister, de n'employer que des accumulateurs en excellent état et très bien chargés. Il ne faut pas hésiter non plus à remplacer les lampes vieilles, usées ou défectueuses, dont le fonctionnement n'est plus assez régulier. Pour la même raison encore les lampes ne doivent pas être poussées.

D'ailleurs, lorsqu'un décrochage quelconque se produit en cours d'expérience, celle-ci doit être reprise. Si quelque chose est défectueux, on le remplace. Sinon, c'est que les oscillateurs n'ont pas encore atteint leur régime de stabilité parfaite : il faut toujours plusieurs heures pour obtenir ce résultat. En prenant toutes les précautions indiquées la stabilité de l'ensemble des oscillateurs s'est montrée assez grande pour que l'on ne tienne compte que des expériences parfaitement réussies.

On écoute au téléphone de l'amplificateur de haute fréquence toutes les cinq minutes environ pour vérifier que les oscillateurs de 300 et de 6.000 périodes sont toujours accrochés. Quant aux décrochages entre les oscillateurs de fréquences plus élevées ils font entendre, quand ils se produisent, un bruit particulier dans le haut parleur de telle sorte que l'on en est averti même si l'on est loin des appareils. Un décrochage entre les oscillateurs de 50 et de 300 périodes se voit directement sur la bande d'inscription dont les indications sont alors défectueuses.

Les lectures des graduations des ondemètres donnent la période de chaque oscillateur avec une approximation qui permet de déterminer sans erreur possible le numéro d'ordre des harmoniques employés à chaque étage.

La fréquence des oscillateurs de 300 et de 6.000 périodes cependant ne se détermine pas d'une façon aussi immédiate. On évalue la fréquence de plusieurs de leurs harmoniques successifs et l'on en déduit leur fréquence propre F . En effet,

si $n, n + 1, n + 2$, etc... sont les numéros d'ordre de plusieurs harmoniques successifs ; f, f_1, f_2 , etc... leurs fréquences, on a les égalités :

$$\frac{f}{n} = \frac{f_1}{n+1} = \frac{f_2}{n+2} = \dots = F = f_1 - f = f_2 - f_1 = \dots$$

On peut aussi étalonner l'oscillateur de 300 périodes à partir de celui de 50 dont la fréquence exacte est donnée à chaque instant par la lecture de la bande.

Les oscillateurs dont nous nous sommes servis étaient tous très loin de leur limite d'entretien et, parmi tous les harmoniques disponibles, nous n'avons utilisé que ceux d'un rang assez peu élevé. Les accrochages sont plus faciles, les plages de synchronisation plus étendues et la stabilité du système est mieux assurée. De plus, il faut éviter de synchroniser deux oscillateurs sur un harmonique commun ce qui entraînerait une grossière erreur sur le résultat final et il est d'autant plus facile de se tromper que les harmoniques utilisés sont de rang plus élevé, rang qu'il est en même temps plus difficile de déterminer avec précision. Aussi n'avons-nous pas cherché à réduire à l'extrême le nombre des oscillateurs et nous sommes-nous surtout appliqué à renforcer les accrochages.

Le réglage des appareils, tel que nous l'avons décrit, présente une grosse difficulté que nous ne sommes parvenus à surmonter qu'après de nombreux tâtonnements et beaucoup de temps et qu'il nous faut signaler.

Les oscillateurs de fréquence audible faisaient entendre dans l'amplificateur de basse fréquence des sons très intenses qui brouillaient et couvraient les sons de battements des autres oscillateurs, surtout ceux de très haute fréquence. Nous avions primitivement un oscillateur de 1.000 périodes ; mais ce son de 1.000 périodes s'est trouvé tellement gênant que tout réglage devenait impossible et cela, malgré l'emploi sur les fils d'amenée à l'amplificateur d'un circuit oscil-

lant accordé sur cette fréquence ; c'est que, d'une part, il y avait effet d'induction direct sur l'amplificateur et que, d'autre part, le bouchon ainsi constitué laissait passer des harmoniques aussi gênants que le fondamental. Nous avons alors remplacé l'oscillateur par celui de 300 périodes que nous avons décrit. Cette mesure n'a pas suffi.

Tous les oscillateurs avaient au début de nos expériences la même batterie de haute tension qui était de 160 volts. Nous avons donné des batteries séparées aux oscillateurs de basse fréquence et à ceux de haute fréquence pour diminuer leur couplage. Nous avons même diminué la puissance des uns et augmenté celle des autres en portant la tension des batteries de 160 volts respectivement à 120 et 200 volts.

Dans le même but nous avons supprimé la liaison par lampe qui existait entre les deux groupes et nous avons adopté entre les oscillateurs de 300 et de 6.000 périodes le couplage par induction relativement lâche que nous avons décrit. De plus, dans le montage adopté, le couplage se fait dans le sens des périodes croissantes : c'est le courant de plaque de l'oscillateur de 6.000 périodes qui agit sur le circuit de grille de l'oscillateur de 300 périodes. Le couplage entre les oscillateurs de 300 et de 50 périodes se fait aussi dans le même sens, alors qu'il se fait en sens inverse, dans le sens des fréquences croissantes, pour tous les autres oscillateurs.

Par contre, nous avons dû en même temps abaisser à 6.000 périodes la fréquence de l'oscillateur voisin qui était primitivement de 15.000 périodes pour diminuer l'intervalle qui aurait existé alors à cet étage et permettre un accrochage suffisamment solide avec l'oscillateur de 300 périodes. Le son de 6.000 périodes est audible dans l'amplificateur de basse fréquence mais il est très peu intense et n'empêche aucunement de faire les réglages et de faire fonctionner l'amplificateur en haut parleur. Néanmoins, il se présente alors une autre difficulté relative à l'accord entre les deux

oscillateurs de 4 et de 80 m. de longueur d'onde. Les six premiers oscillateurs de plus grande période étant synchronisés, lorsqu'on modifie progressivement la période propre du dernier oscillateur en faisant varier lentement son condensateur variable, on entend dans le téléphone un son de hauteur variable et d'allure sinusoïdale avec des maxima de hauteur et des plages d'extinction. Au premier abord il semble bien difficile de pouvoir reconnaître à quel moment l'accord a lieu.

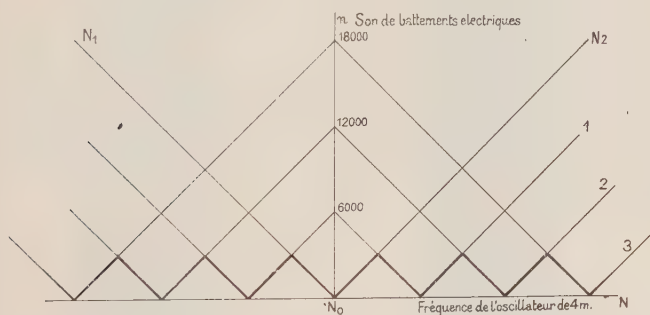


Fig. 11.

Or voici l'explication du phénomène : la hauteur du son de battements, d'abord très élevée, diminue progressivement jusqu'à devenir nulle pour croître ensuite. Mais l'oscillateur de 6.000 périodes donne au téléphone, en permanence, un son de 6 000 périodes, à peine audible et qui est loin d'être sinusoïdal. Il se produit alors des sons de battements accoustiques dans le téléphone pour des sons de battements électriques voisins de 6.000, 12.000, 18.000 périodes, etc...

Supposons que la fréquence des battements électriques n soit donnée en fonction de la fréquence propre N de l'oscillateur de 4 m. par la droite brisée $N_1N_0N_2$ de la figure 11, N_0 étant la fréquence qui correspond à l'accord. Les courbes 1, 2, 3 représenteront les sons de battements accoustiques

ques correspondant à chacun des harmoniques du son de fréquence 6.000.

Mais lorsque ces sons dépassent une certaine hauteur ils deviennent inaudibles ou sont couverts par les autres sons plus bas et tout se passe comme si le son résultant dans le téléphone était représenté par la courbe en traits pleins. Autour de chaque minimum nul il y aura, en réalité, une plage d'extinction. Et l'on s'explique bien ainsi l'allure du phénomène qui peut s'étendre assez loin de chaque côté. L'intensité des maxima, cependant, diminue assez vite quand on s'éloigne de l'accord électrique.

Il est donc nécessaire, pour réaliser cet accord, de se placer au centre du phénomène et ceci, à vrai dire, est assez facile car les deux maxima qui sont immédiatement de chaque côté sont nettement plus intenses que tous les autres ce qui permet de les distinguer d'une façon précise.

Précision des mesures et résultats.

Il est facile, comme nous venons de le voir, de réaliser l'accord entre les deux derniers oscillateurs avec une grande précision puisque nous pouvons nous placer au centre même de la plage d'extinction. La fréquence du son qui naît lorsque l'on sort de cette plage d'un côté ou de l'autre et qui donne la limite maxima de l'erreur peut être au plus de 100 périodes par seconde.

Or une longueur d'onde de 4 m. correspond à une fréquence de 75.000.000. L'accord peut donc être réalisé avec une approximation de l'ordre de $\frac{1}{1.000.000}$. L'erreur commise est d'ailleurs rigoureusement nulle si les deux oscillateurs sont synchronisés.

Nous devons considérer, d'autre part, comme nulle l'erreur que nous pourrions commettre sur les numéros d'ordre des harmoniques utilisés à chaque étage de synchronisation ;

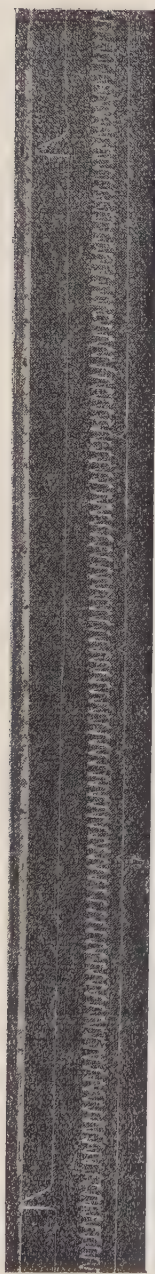
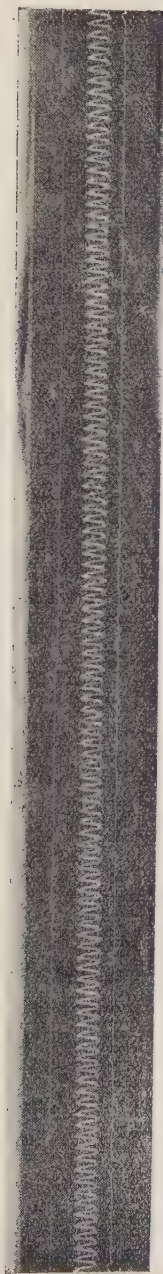


Fig. 12. — Bandes d'inscription.

nous avons montré quelles sont les précautions, simples d'ailleurs, qu'il faut prendre pour cela.

De même, dans le dénombrement des oscillations de l'oscillateur de basse fréquence pendant 20 minutes, nous ne commettrons aucune erreur sur la partie entière du nombre de ces oscillations. La vitesse de déroulement de la bande est suffisamment régulière et les oscillations sont suffisamment lentes pour que l'on puisse les compter à l'aide d'un compas à pointes sèches, de dix en dix, par exemple, ce qui correspond sur la bande à une distance de 1 cm. à 1 cm. 1/2 (fig. 12) ⁽¹⁾; si de brusques changements de vitesse se produisent dans le déroulement on les reconnaît immédiatement et, à l'endroit correspondant de la bande, on compte quelques oscillations une à une.

De plus, la stabilité est assez grande pour que toutes les minutes soient comparables entre elles. Une expérience dont les dernières minutes donnent des résultats différents de ceux des premières est à rejeter. L'erreur sur le temps donné par l'horloge est de l'ordre de $\frac{1}{100}$ de seconde en valeur absolue ainsi que l'a montré M. Beauvais : l'écart extrême entre les résultats fournis par les diverses minutes de l'expérience ne doit pas être supérieur à celui qui correspond à cette erreur possible.

Voici, par exemple, un tableau relatif à l'une de nos expériences. Chaque ligne correspond à une minute différente. Les quatre nombres relatifs à chaque minute correspondent aux intervalles de temps :

$$\begin{aligned} (-4 \text{ sec.}) - (+56 \text{ sec.}) ; & (-2 \text{ sec.}) - (+58 \text{ sec.}) ; \\ & (+2 \text{ sec.}) - (+62 \text{ sec.}) ; (+4 \text{ sec.}) - (64 \text{ sec.}). \end{aligned}$$

⁽¹⁾ On remarque sur la bande l'inscription d'un stylet spécial qui donne à peu près le 1/5 de seconde. Dans certains cas, cette inscription peut aider au dénombrement des oscillations.

Minutes	Nombre de vibrations de l'oscillateur			
1 ^{re} minute.	4017,5	4017,25	4017,66	4017,4
5 ^e —	4017,25	4017,5	4017,33	4017,7
10 ^e —	4017,25	4017,3	4017,75	4017,8
15 ^e —	4017,5	4017,33	4017,5	4017,66
20 ^e —	4017,25	4017,5	4017,25	4017,5

Or ici $\frac{1}{100}$ de seconde correspond à $\frac{4.000}{60 \times 100} = 0,66$, c'est-à-dire $2/3$ d'oscillation : l'écart extrême trouvé est bien de cet ordre.

Lorsque l'on s'est ainsi assuré de la constance de la période sur plusieurs minutes prises au hasard au début, au milieu et à la fin de la bande on peut se dispenser, pour les autres minutes, de compter les oscillations une à une. Il suffit de les comparer seconde par seconde à celles qui ont été soigneusement dénombrées et cela facilite beaucoup la tâche pour la détermination du nombre total d'oscillations.

C'est ainsi qu'une autre expérience nous a donné les nombres d'oscillations suivants pour les diverses minutes successives :

3457,5	3457,6	3457,1	3457,2	3457,3
3457,6	3457,3	3457,5	3457,4	3457,3
3457,4	3457,5	3457,1	3457,4	3457,2
3457,4	3457,1	3457,4	3457,2	3457,4

Remarquons que l'on peut apprécier sur la bande le $1/10$ de vibration; comme il y a deux lectures au début et à la fin l'erreur totale de lecture est de $2/10$ de vibration, c'est-à-dire environ $\frac{2}{500}$ de seconde, les fréquences employées ayant varié de 45 à 65 périodes à la seconde. D'autre part, l'erreur possible sur le temps est comme on l'a vu de $\frac{1}{100}$ de seconde. Et la durée des expériences étant de 20 minutes, ce qui correspond à une longueur de bande de 80 m., l'erreur relative totale possible sera de l'ordre du $\frac{1}{100.000}$.

Mais on peut diminuer à la fois et l'erreur de lecture et l'erreur due à l'horloge et aussi une erreur possible due à une inertie plus ou moins fidèle du contact de l'horloge au moment de la rupture. Pour cela, sur la bande, au début et à la fin de l'inscription, on fait, comme l'indique notre premier tableau, plusieurs lectures correspondant à plusieurs doubles secondes consécutives de l'horloge et l'on en prend la moyenne. De plus, pour éliminer les erreurs venant de la construction de la roue des secondes, on fait toujours durer l'expérience un nombre entier de minutes, 20 le plus souvent.

C'est ainsi que dans notre dernier exemple, quatre lectures ont donné pour un même intervalle de temps de 20 minutes, les quatre nombres d'oscillations suivants :

$$69146,6 \quad 69146,6 \quad 69146,9 \quad 69146,7$$

dont la moyenne est de 69146,7, ce qui donne 3457,335 par minute.

Les rangs des divers harmoniques employés dans cette expérience étant respectivement 20, 10, 6, 10, 27, 4, la période du petit oscillateur est par suite de :

$$\frac{1}{20 \times 10 \times 6 \times 10 \times 27 \times 4} \cdot \frac{20 \times 60}{69146,7} = \frac{1}{74678436} \text{ seconde.}$$

Les deux exemples donnés ainsi que celui que nous donnerons à la fin de la deuxième partie montrent que les valeurs maxima des écarts que nous avons admises ne sont jamais atteintes en réalité. Nous avons fait une trentaine d'expériences et toutes nous ont donné la même approximation.

Aussi peut-on affirmer que la précision avec laquelle on détermine, par la méthode que nous venons de décrire, la période d'oscillations électriques de très haute fréquence de l'ordre de $\frac{1}{100.000.000}$ de seconde dépasse largement le $\frac{1}{100.000}$.

Une telle précision n'avait jamais été atteinte jusqu'ici dans la mesure de périodes aussi courtes.

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATION A LA DETERMINATION DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES LE LONG DES FILS CONDUCTEURS.

INTRODUCTION ET HISTORIQUE

Dans la première partie de ce travail nous avons exposé comment il est possible de déterminer avec une très grande précision la période d'oscillations électriques de très haute fréquence.

Dans cette deuxième partie nous allons montrer comment nous avons pu déterminer la longueur d'onde des ondes stationnaires provoquées par ces oscillations le long de deux fils métalliques parallèles. Nous pourrons en déduire la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long de ces fils.

Les premières recherches relatives à la mesure de cette vitesse ont été faites par Hertz lui-même en 1888 et 1889. De la période de l'excitateur déterminée par le calcul et de la longueur d'onde, mesurée expérimentalement, des ondes stationnaires le long de deux fils parallèles il déduisait la vitesse de propagation.

Sarazin et De la Rive montrèrent que les faits n'étaient pas aussi simples qu'ils paraissaient être tout d'abord et que,

par suite de l'amortissement, ce n'était pas la période de l'oscillateur qu'il fallait faire intervenir dans la détermination de la vitesse mais celle du résonateur avec lequel on décelait les nœuds et les ventres des ondes stationnaires.

Lecher reprit les expériences de Hertz avec un dispositif ne nécessitant pas l'emploi d'un résonateur, mais Cohn et Herrwagen montrèrent que, suivant les conditions dans lesquelles on opérait, on devait trouver des résultats différents pour la vitesse.

En 1891, Blondlot, s'inspirant des conclusions établies par Sarazin et De la Rive, construit un résonateur de forme géométrique, rectangulaire, dont il pouvait calculer facilement la période propre. Contrairement à Hertz, il laisse le résonateur dans une position fixe par rapport aux deux fils parallèles sur lesquelles agit un excitateur. Il déplace alors le point de réflexion des ondes en éloignant progressivement un pont métallique mobile le long des fils. Il détermine ainsi une succession de points équidistants d'une demi-longueur d'onde pour lesquels il n'y a pas d'étincelle à l'éclateur du résonateur. Une douzaine d'expériences dans lesquelles la longueur d'onde variait de 8 à 35 m. lui ont donné des nombres allant de 295.500 à 305.200 km. (1).

Un peu plus tard, Trowbridge et Duane utilisant pour la mesure de la période la méthode du miroir tournant trouvant, pour une longueur d'onde de 56 m., des vitesses comprises entre 292.300 et 303 600 km. Une méthode analogue donne à Saunders des nombres entre 293.400 et 299.900.

D'autres expérimentateurs ont cherché à comparer la vitesse des ondes électromagnétiques le long des fils à leur vitesse dans l'air. La théorie, faite en partant des équations de Maxwell, montre que, pour des corps infiniment conducteurs, ces

(1) Nous devons citer la détermination par le même auteur de la vitesse de propagation d'une perturbation électromagnétique, non périodique, le long des fils métalliques. Les nombres trouvés varient de 292.100 à 302.900 km.

vitesse doivent être identiques. Les expériences précédentes faites avec des fils très bons conducteurs confirmaient en somme cette conclusion.

A ce point de vue il nous faut citer les expériences de Sarazin et De la Rive qui, opérant avec un même résonateur dans l'air et le long des fils, ont trouvé des vitesses identiques, aux erreurs d'expériences près, pour des ondes de 0 m. 80 à 8 m. de longueur d'onde. M. Duffour fit la même constatation pour des ondes descendant à 8 cm.

M. Gutton, par une méthode sensiblement différente, trouve en 1899 que les ondes mettent le même temps, à moins de $1/200$ près, pour parcourir un même trajet dans l'air et le long des fils.

Cependant des études théoriques plus complètes, notamment celles de MM. Sommerfeld et Mie, établissaient que la vitesse de propagation devait être fonction de la nature des fils, de leur diamètre et, dans le cas de fils parallèles, de leur distance ; elle devait varier également avec la fréquence des oscillations employées. Mais les vitesses calculées relatives aux différents dispositifs expérimentaux et la vitesse dans l'air étaient peu différentes ; la précision des mesures qui ne dépassait pas le plus souvent alors une unité pour cent n'était pas suffisante pour permettre de confirmer ou d'infirmer la théorie.

Barkla en 1901, reprenant le dispositif de Lecher, cherche à mettre en évidence expérimentalement l'influence de la nature et du diamètre des fils. Les différences qu'il trouve dans chaque cas sont plus grandes, mais cependant du même signe, que celles que la théorie fait prévoir.

M. Gutton, en 1911, compare directement la vitesse des ondes électromagnétiques le long des fils et la vitesse des ondes lumineuses dans l'air en comparant les temps mis pour parcourir un même chemin. Il trouve des différences de plusieurs millièmes variant avec la nature et le diamètre des fils employés alors que la précision des mesures est supé-

rieure au millième. Ces différences sont aussi beaucoup plus grandes que celles prévues par la théorie. L'auteur émet l'hypothèse que cela pourrait être dû en partie à une résistivité de la couche superficielle des fils plus grande que la résistivité normale ainsi que M. Vincent semble l'avoir mis en évidence pour l'argent : on sait justement que les phénomènes électriques de haute fréquence se passent presque entièrement dans une mince couche pelliculaire.

En 1915, M. Ehrhardt répète en quelque sorte les expériences de Sarazin et De la Rive. Il trouve que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils et dans l'air est la même à moins de $1/200$ près environ, ordre de précision de ses mesures.

Toutes ces recherches ont été faites avec des ondes amorties. Nous avons pensé qu'il y aurait intérêt à entreprendre des mesures plus précises en utilisant les oscillations entretenues émises par un oscillateur à lampes de petite longueur d'onde dont on peut déterminer la période avec une très grande précision. On profite de tous les avantages assurés par l'emploi des ondes entretenues : stabilité presque parfaite de l'émetteur, invariabilité presque absolue par conséquent de la période des oscillations utilisées, élimination complète dans la détermination de la longueur d'onde des complications provenant de l'amortissement dans le temps des oscillations.

Le système des deux fils parallèles, dispositif que nous avons adopté, vibre, en effet, en oscillations forcées et son amortissement propre ne peut influencer que sur l'acuité de la résonance sans pouvoir changer la position exacte de celle-ci.

Nous avons d'ailleurs diminué cet amortissement propre en créant le long des fils un circuit oscillant fermé et nous avons utilisé entre ce circuit et le résonateur un couplage suffisamment lâche pour que la période des ondes stationnaires soit presque exactement la période propre de l'oscillateur.

Avant de décrire le dispositif expérimental dont nous nous

sommes servi nous allons exposer la théorie du phénomène et voir à quelles relations elle conduit pour la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils bons conducteurs. Nous pourrons ainsi comparer les résultats de l'expérience avec ceux de la théorie et constater dans quelles limites ils sont d'accord.

Théorie du phénomène.

L'étude théorique du problème de la propagation le long des fils a fait l'objet de nombreuses recherches. A maintes reprises, on a essayé, en partant directement des équations de Maxwell, d'en trouver des solutions exclusivement mathématiques.

Dans les cas les plus simples, qui correspondent d'ailleurs aux dispositifs usuels, on peut obtenir la solution. Celle-ci est donnée par une équation transcendante d'où l'on peut tirer la vitesse de propagation et le coefficient d'amortissement.

J.-J. Thomson s'est attaché au cas où le courant de retour se fait par un cylindre coaxial à un fil rectiligne, cylindrique, indéfini, servant de support au courant d'aller. Le cas d'un fil unique a été traité par Sommerfeld d'une façon complète. Enfin Mie est arrivé à traiter le problème pour deux fils parallèles dont l'un sert de fil d'aller et l'autre de fil de retour ; mais, pour résoudre pratiquement l'équation à laquelle il arrive, il doit faire plusieurs hypothèses simplificatrices que les conditions ordinaires des expériences rendent d'ailleurs légitimes.

Equations du problème. — Nous prendrons provisoirement le système suivant de coordonnées rectangulaires : l'axe des z sera l'axe de symétrie des fils que nous supposons identiques ; un plan perpendiculaire coupe les deux fils suivant deux sections circulaires : la droite qui joint leurs

centres sera prise comme axe des x et leur axe radical comme axe des y .

Nous admettrons qu'à chaque instant, en des points symétriques des deux fils, les courants sont égaux et de signes contraires ainsi que les potentiels. Les forces électriques et magnétiques devront par suite satisfaire à certaines conditions de symétrie.

Soient X, Y, Z les trois composantes de la force magnétique et P, Q, R celles de la force électrique. Nous poserons à priori que ces composantes sont de la forme générale :

$$(1) \quad (X, Y, Z, P, Q, R) = (X_0, Y_0, Z_0, P_0, Q_0, R_0) e^{i\omega t - i\omega' z}.$$

En réalité elles ne constituent que la partie réelle de ces expressions, mais nous conserverons celles-ci pour simplifier les calculs. Comme nous n'avons à considérer que le cas des ondes entretenues, ω sera essentiellement réel. Au contraire ω' sera de la forme $\left(\frac{2\pi}{\lambda} - \gamma i\right)$, γ étant le coefficient d'amortissement suivant la direction de propagation Oz . Ce coefficient ne peut pas être nul car, les fils n'étant pas infiniment conducteurs, il y a dégagement de chaleur en chacun de leurs points par effet Joule et l'énergie de l'onde diminue au fur et à mesure de la propagation.

$X_0, Y_0, Z_0, P_0, Q_0, R_0$, sont des fonctions de x et de y seulement, mais elles doivent satisfaire aux mêmes conditions de symétrie que X, Y, Z, P, Q, R .

Sous leur forme la plus générale, les équations de Maxwell sont les suivantes :

$$(I) \quad \begin{cases} -\mu \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \\ -\mu \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \\ -\mu \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} K \frac{\partial P}{\partial t} + 4\pi \mathcal{C}P = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \\ K \frac{\partial Q}{\partial t} + 4\pi \mathcal{C}Q = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \\ K \frac{\partial R}{\partial t} + 4\pi \mathcal{C}R = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \end{cases}$$

μ désigne la perméabilité du milieu, K son pouvoir inducteur spécifique et $\mathcal{C}$ sa conductibilité.

Dans le cas particulier actuel, ces équations deviennent, en effectuant les dérivations par rapport au temps :

$$(I)' \left\{ \begin{array}{l} -\mu i\omega X = \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \\ -\mu i\omega Y = \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \\ -\mu i\omega Z = \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \end{array} \right. \quad (II)' \left\{ \begin{array}{l} (Ki\omega + 4\pi\mathcal{C})P = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \\ (Ki\omega + 4\pi\mathcal{C})Q = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \\ (Ki\omega + 4\pi\mathcal{C})R = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \end{array} \right.$$

Si de la première relation de (I)' nous éliminons R et Q tirées des relations (II)' nous obtenons :

$$-\mu i\omega X(Ki\omega + 4\pi\mathcal{C}) = \frac{\partial^2 Y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial z}.$$

Or on a d'autre part, puisque la densité de magnétisme est nulle :

$$\partial \operatorname{div}(X, Y, Z) = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

ou en dérivant par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial z} = 0.$$

D'où, en reportant dans l'expression précédente :

$$-\mu i\omega X(Ki\omega + 4\pi\mathcal{C}) = -\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}$$

et comme d'autre part $\frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = -\omega'^2 X$:

$$(2) \quad [\mu i\omega(Ki\omega + 4\pi\mathcal{C}) + \omega'^2]X = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} = \Delta X.$$

Nous trouverions la même équation différentielle pour Y et Z et également pour les composantes P, Q, R de la force électrique, car on a aussi $\partial \operatorname{div}(P, Q, R) = 0$.

Si on divise les deux membres des équations (2) par $e^{i\omega t - i\omega' z}$, on obtient finalement :

$$(3) \quad [\mu i\omega(Ki\omega + 4\pi\mathcal{C}) + \omega'^2](X_0, Y_0, Z_0, P_0, Q_0, R_0) = \Delta(X_0, Y_0, Z_0, P_0, Q_0, R_0).$$

Telle est l'équation différentielle à laquelle doivent satisfaire les composantes des forces. Si d'ailleurs deux de ces composantes sont déterminées les équations de Maxwell et les conditions de divergence nulle permettent de déduire les autres.

K , μ et $\mathcal{C}$ ont des valeurs différentes : K_i , μ_i , $\mathcal{C}$ à l'intérieur des fils et K_e , μ_e , 0 dans le milieu ambiant. Les expressions générales étant trouvées pour les six composantes, il faudra écrire que les conditions de continuité sont satisfaites, c'est-à-dire que les composantes tangentielles des forces à la surface des fils sont égales dans les deux milieux. On obtiendra ainsi plusieurs relations entre lesquelles on éliminera les coefficients indéterminés qui y figurent. Cette élimination conduira à une équation qui donne directement ω' en fonction de ω .

Mie a trouvé cette équation dans le cas le plus général, mais elle est beaucoup trop compliquée pour que l'on puisse en tirer la valeur de ω' . Nous ne reprendrons pas son calcul qui est extrêmement long et nous allons, pour arriver au résultat, utiliser une méthode d'approximations successives plus simple au point de vue mathématique et suffisamment précise néanmoins pour le but poursuivi qui est de comparer les résultats expérimentaux à ceux que donne la théorie de Maxwell. De plus, par cette méthode, l'influence des différents facteurs du problème apparaîtra beaucoup plus nettement.

a) Cas d'un fil unique. — Nous nous occuperons tout d'abord du cas d'un fil unique, rectiligne, indéfini. Nous allons rappeler quelle est la distribution des forces et des courants à l'intérieur du fil de façon à pouvoir faire ensuite une hypothèse justifiée sur cette distribution dans le cas général de deux fils parallèles.

Le phénomène est de révolution. La force électrique en chaque point n'a que deux composantes qui sont situées dans le plan méridien : R parallèle à l'axe, E normale à l'axe. La force magnétique H est normale à ce plan méridien.

Les équations de Maxwell se simplifient de la façon suivante :

$$(III) \quad \left\{ \begin{array}{l} K_i \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH) - 4\pi C R \\ K_i \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (rH) - 4\pi C E \\ -\mu_i \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial r} \end{array} \right.$$

r étant la distance d'un point à l'axe et z sa distance à un plan fixe perpendiculaire au fil.

On vérifie facilement qu'elles admettent des solutions de la forme :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} H = e^{i\omega t - i\omega' z} (K_i i\omega + 4\pi C) \frac{\partial u}{\partial r} \\ R = -e^{i\omega t - i\omega' z} (K_i \mu_i \omega^2 - 4\pi C \mu_i \omega i - \omega'^2) u \\ E = e^{i\omega t - i\omega' z} i\omega' \frac{\partial u}{\partial r} \end{array} \right.$$

u obéissant à la relation

$$(5) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + (K_i \mu_i \omega^2 - \omega'^2 - 4\pi C \mu_i \omega i) u = 0.$$

Cherchons quel est l'ordre de grandeur de tous les coefficients, d'après les données numériques de nos expériences faites avec des ondes de 4 mètres de longueur d'onde.

C est de l'ordre de $\frac{1}{2\,000}$ pour le cuivre ou le bronze,

$4\pi C$ est donc de l'ordre de $\frac{4\pi}{2\,000}$, tandis que $K_i \omega$ a pour

valeur approximative $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi \cdot 75 \cdot 10^6 = \frac{2\pi \cdot 75 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^{20}} < \frac{1}{10^{12}}$.

D'autre part la pénétration a qui est définie par l'expression $\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu_i C\omega}}$ est de l'ordre de $\frac{1}{1,000}$ cm. Par suite $4\pi\mu_i C\omega$ est de l'ordre de 10^6 .

Remarquons que l'on peut écrire

$$-4\pi\mathcal{C}\omega\mu_i i = -2i \cdot 2\pi\mu_i\mathcal{C}\omega = (1-i)^2 \cdot 2\pi\mu_i\mathcal{C}\omega = \left(\frac{1-i}{a}\right)^2.$$

De plus la valeur absolue de ω'^2 est du même ordre que la quantité $\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$, γ étant toujours petit vis-à-vis de $\frac{2\pi}{\lambda}$. ω'^2 est donc complètement négligeable vis-à-vis de $4\pi\mathcal{C}\omega\mu_i i$, ainsi que $K\mu_i\omega^2$ qui est du même ordre de grandeur.

Les expressions des forces deviennent alors sensiblement :

$$(4') \quad \begin{cases} H = e^{i\omega t - i\omega' z} \cdot 4\pi\mathcal{C} \frac{\partial u}{\partial r} \\ R = -e^{i\omega t - i\omega' z} \left(\frac{1-i}{a}\right)^2 u \\ E = e^{i\omega t - i\omega' z} i\omega' \frac{\partial u}{\partial r}. \end{cases}$$

L'équation différentielle se simplifie également et devient

$$(5') \quad \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{1-i}{a}\right)^2 u = 0$$

et en posant

$$(6) \quad \frac{1-i}{a} = k \quad \text{et} \quad kr = s$$

$$(7) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial u}{\partial s} + u = 0.$$

La solution de cette équation est donnée par la fonction de Bessel $\mathfrak{J}_0(kr) = \mathfrak{J}_0(s)$.

On a par suite :

$$(8) \quad \begin{cases} H = e^{i\omega t - i\omega' z} \cdot 4\pi\mathcal{C} \frac{1-i}{a} \mathfrak{J}'(s) \\ R = -e^{i\omega t - i\omega' z} \cdot \left(\frac{1-i}{a}\right)^2 \mathfrak{J}(s) \\ E = e^{i\omega t - i\omega' z} \cdot i\omega' \frac{1-i}{a} \mathfrak{J}'(s). \end{cases}$$

La distribution des courants s'en déduit facilement. Le courant élémentaire parallèle à Oz est égal à $\mathcal{C}R$. Il a pour expression, en posant $j_0 = -\mathcal{C}k^2 e^{i\omega t - i\omega' z}$:

$$j_r = \mathcal{C}R = -\mathcal{C}e^{i\omega t - i\omega' z} k^2 \mathfrak{J}(s) = j_0 \mathfrak{J}(s).$$

Le courant I_r parallèle à l'axe et compris dans un cylindre de rayon r est égal à :

$$I_r = \int_0^r 2\pi r j_0 \mathfrak{J}'(s) dr = \int_0^s \frac{2\pi}{k^2} j_0 s \mathfrak{J}(s) ds$$

Or :

$$\mathfrak{J}''(s) + \frac{1}{s} \mathfrak{J}'(s) + \mathfrak{J}(s) = 0$$

$$s\mathfrak{J}''(s) + \mathfrak{J}'(s) + s\mathfrak{J}(s) = 0$$

$$d(s\mathfrak{J}'(s)) + s\mathfrak{J}(s)ds = 0$$

et comme :

$$\mathfrak{J}'(0) = 0$$

$$s\mathfrak{J}'(s) + \int_0^s s\mathfrak{J}(s)ds = 0$$

D'où :

$$I_r = -\frac{2\pi}{k^2} j_0 s \mathfrak{J}'(s) = 2\pi \mathcal{C} s \mathfrak{J}'(s) e^{i\omega t - i\omega' z}.$$

$\mathcal{R}$ étant le rayon du fil, le courant total I est par suite donné par l'expression :

$$(9) \quad I = 2\pi \mathcal{C} S \mathfrak{J}'(S) e^{i\omega t - i\omega' z} = 2\pi \mathcal{C} (1-i) \frac{\mathcal{R}}{\alpha} \mathfrak{J}'(S) e^{i\omega t - i\omega' z}$$

Calculons $\mathfrak{J}(s)$ et $\mathfrak{J}'(s)$ pour une grande valeur de kr , c'est-à-dire loin de l'axe. Nous aurons à nous servir par la suite des expressions trouvées.

Pour une grande valeur de s , la fonction de Bessel peut se mettre sous la forme :

$$\mathfrak{J}(s) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{\pi s}}} \left[e^{i\left(s - \frac{\pi}{4}\right)} \left(1 + \frac{1}{8is} - \frac{9}{128s^2} \dots\right) + e^{-i\left(s - \frac{\pi}{4}\right)} \left(1 - \frac{1}{8is} - \frac{9}{128s^2} \dots\right) \right]$$

ou, si S est la valeur de s à la surface du fil :

$$\frac{\delta(s)}{\delta(S)} = \sqrt{\frac{S}{s}} \frac{e^{i(s-S)} \left(1 + \frac{1}{8is} - \frac{9}{128} s^2 \right) + e^{-i(S-s)} e^{i\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{1}{8is} - \frac{9}{128s^2} \right)}{1 + \frac{1}{8iS} - \frac{9}{128S^2} + e^{-2iS} e^{i\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{1}{8iS} - \frac{9}{128S^2} \right)}$$

D'après (6), on a :

$$is = \frac{1+i}{a} r \text{ et } iS = \frac{1+i}{a} R$$

Or a est de l'ordre de 1/100 de mm. et R est toujours supérieur à 0 mm. 5. Donc $\frac{R}{a}$ sera au moins égal à 50 et e^{50} est de l'ordre de 10^{20} . Il n'y a donc pas à tenir compte ici des termes en e^{-iS} puisque, d'autre part, les termes entre parenthèses restent petits. Il vient :

$$\frac{\delta(s)}{\delta(S)} = \sqrt{\frac{S}{s}} e^{i(s-S)} \left(1 + \frac{1}{8is} - \frac{9}{128s^2} \right) \left(1 - \frac{1}{8iS} + \frac{9}{128S^2} - \frac{1}{64S^2} + \dots \right)$$

c'est-à-dire que le courant parallèle à l'axe décroît en profondeur à partir de la surface comme s'il s'agissait d'une surface plane au facteur $\sqrt{\frac{S}{s}}$ ou $\sqrt{\frac{R}{r}}$ près.

Cherchons la valeur de $\delta'(s)$:

$$\frac{\delta'(s)}{\delta(S)} = \sqrt{\frac{S}{s}} e^{i(s-S)} \left(1 - \frac{1}{8iS} + \frac{7}{128S^2} \right) \left[\left(1 + \frac{1}{8is} - \frac{9}{128s^2} \right) \left(-\frac{1}{2s} + i \right) - \frac{1}{8is^2} \right]$$

$$\frac{\delta'(s)}{\delta(S)} = \sqrt{\frac{S}{s}} e^{i(s-S)} \left(1 - \frac{1}{8iS} + \frac{7}{128S^2} \right) \left(i - \frac{3i}{8is} + \frac{15i}{128s^2} \right)$$

et à la surface :

$$(10) \quad \frac{\delta'(S)}{\delta(S)} = i \left[1 - \frac{1}{2iS} + \frac{1}{8S^2} \right] = i \left[1 - \frac{1-i}{4} \frac{a}{R} + \frac{ia^2}{16R^2} \right]$$

Tirons-en les valeurs des intégrales suivantes dont nous aurons également à nous servir :

$$\int_0^R H dr = \int_0^R 4\pi C \frac{1-i}{a} \delta'(s) e^{i\omega t - i\omega' z} dr = 4\pi C e^{i\omega t - i\omega' z} \delta(S)$$

$$\int_0^{\mathcal{R}} \mathbf{E} dr = \int_0^{\mathcal{R}} i\omega' \frac{1-i}{a} \mathcal{S}'(s) e^{i\omega t - i\omega' z} dr = i\omega' e^{i\omega t - i\omega' z} \mathcal{S}(S)$$

et en fonction de I :

$$\int_0^{\mathcal{R}} \mathbf{H} dr = -\frac{4\pi\mathcal{C}\mathcal{S}(S)}{2\pi\mathcal{C} \frac{1-i}{a} \mathcal{R}\mathcal{S}'(S)} \mathbf{I} = \frac{2a}{(1-i)\mathcal{R}} \frac{1}{i} \frac{1}{1 - \frac{1-i}{4} \frac{a}{\mathcal{R}} + \frac{ia^2}{16\mathcal{R}^2}} \mathbf{I}$$

$$\int_0^{\mathcal{R}} \mathbf{H} dr = \frac{2a}{\mathcal{R}} \frac{1}{1-i} \left[1 + \frac{1-i}{4} \frac{a}{\mathcal{R}} - \frac{ia^2}{16\mathcal{R}^2} - \frac{2i}{16} \frac{a^2}{\mathcal{R}^2} \right] \mathbf{I}$$

$$(11) \quad \int_0^{\mathcal{R}} \mathbf{H} dr = \frac{2a}{\mathcal{R}} \frac{1}{2} \left[1 - i - \frac{ia}{2\mathcal{R}} + \dots \right] \mathbf{I}$$

$$(12) \quad \text{et} \quad \int_0^{\mathcal{R}} \mathbf{E} dr = \frac{i\omega'}{2\pi\mathcal{C}} \frac{a}{\mathcal{R}} \frac{1}{2} \left[1 - i - \frac{ia}{2\mathcal{R}} + \dots \right] \mathbf{I}$$

b) Cas de deux fils parallèles infiniment conducteurs.

Nous nous occuperons maintenant du cas de deux fils parallèles infiniment conducteurs.

Il n'y a pas de forces à l'intérieur des fils. Les courants sont purement superficiels. Les forces électriques sont normales aux conducteurs.

A la surface on aura donc $R=0$. Or, dans le cas de deux fils de conductibilité finie, à faible distance l'un de l'autre, R varie progressivement d'une certaine valeur à une valeur égale et de signe contraire quand on passe d'un fil à l'autre. Ces deux valeurs extrêmes étant nulles ici, R sera nul partout. Des considérations analogues montrent que Z est également nul en tout point de l'espace.

Les équations de Maxwell nous montrent que dans ce cas les forces électrique (P et Q) et magnétique (X et Y) dérivent de potentiels.

Or un plan perpendiculaire aux fils coupe ceux-ci suivant deux cercles qui sont des lignes équipotentiellles électriques le long desquelles les potentiels sont égaux et de signes contraires. Par suite la famille de cercles ayant Oy pour axe radical et à laquelle appartiennent les deux cercles précé-

dents constitue le réseau des lignes équipotentielles électriques ; en même temps ces cercles sont des lignes de forces magnétiques. Le réseau orthogonal, au contraire, représente les lignes de forces électriques.

Les équations de Maxwell se simplifient et deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\mu_e \frac{\partial X}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial z} \\ +\mu_e \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial z} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} K_e \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial Y}{\partial z} \\ K_e \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} \end{array} \right.$$

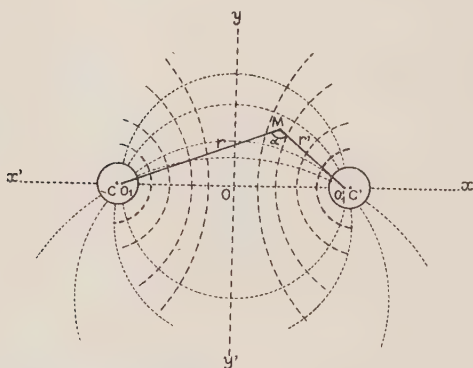


Fig. 13.

Elles donnent :

$$\begin{aligned} -\mu_e \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} &= -\frac{1}{K_e} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \\ K_e \mu_e \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \\ \text{ou } K_e \mu_e \omega^2 &= \omega'^2 \end{aligned}$$

Ce qui signifie que la vitesse de propagation est la même que dans le milieu ambiant. Il n'y a pas d'amortissement puisque la résistance des conducteurs est nulle et que les courants se propagent à la surface sans perte d'énergie.

Etant donnée l'importance prise par les deux familles de

cercles orthogonaux, il est naturel de les prendre comme système de coordonnées orthogonales dans le plan des xy en conservant le même axe des z .

Nous prendrons comme nouvelles variables :

$$\rho = \log \frac{r}{r'} \quad \text{et} \quad \alpha$$

r et r' étant les distances d'un point du plan aux deux cercles de rayon nul O_1 et O'_1 (fig. 13) et α l'angle sous lequel on voit ces deux cercles du point considéré.

Des calculs simples montrent que l'on a, en désignant par D la distance $O_1O'_1$:

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{D}{2} \frac{Sh\rho}{Ch\rho - \cos \alpha} \\ dx &= \frac{D}{2} \frac{(1 - Ch\rho \cos \alpha)d\rho - Sh\rho \sin \alpha d\alpha}{(Ch\rho - \cos \alpha)^2} \\ y &= \frac{D}{2} \frac{\sin \alpha}{Ch\rho - \cos \alpha} \\ dy &= \frac{D}{2} \frac{(Ch\rho \cos \alpha - 1)d\alpha - \sin \alpha Sh\rho d\rho}{(Ch\rho - \cos \alpha)^2} \\ ds &= \frac{D}{2} \frac{(d\rho^2 + dz^2)^{\frac{1}{2}}}{Ch\rho - \cos \alpha} \end{aligned} \right.$$

Les sections des deux fils étant définies par $\pm \rho_1$, la distance de leurs centres et leur rayon sont donnés par les expressions :

$$(13 \text{ bis}) \quad \mathcal{D} = D \frac{Ch\rho_1}{Sh\rho_1} \quad \text{et} \quad \mathcal{R} = \frac{D}{2Sh\rho_1}$$

On peut calculer les forces électrique et magnétique sans utiliser directement les équations de Maxwell. On sait par exemple que la force électrique, normale aux lignes équipotentielles, est inversement proportionnelle à la distance de deux de ces lignes. Or la distance de deux cercles définis par les valeurs ρ et $(\rho + d\rho)$ est $\frac{D}{2} \frac{d\rho}{Ch\rho - \cos \alpha}$. La force électrique $\mathcal{E}$ sera donc de la forme :

$$(14) \quad \mathcal{E} = E(Ch\rho - \cos \alpha) = E_0 e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho - \cos \alpha)$$

On trouverait de même pour la force magnétique $\mathcal{H}$:

$$(15) \quad \mathcal{H} = H(Ch\rho - \cos \alpha) = H_0 e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho - \cos \alpha)$$

Désignons par i la densité du courant par unité de longueur et par m la densité ou la masse électrique par unité de surface.

Un théorème bien connu donne m en fonction de la force électrique à la surface :

$$(16) \quad m = \frac{K_e}{4\pi} E_0 e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho_1 - \cos \alpha)$$

Un théorème analogue donne pour i :

$$(17) \quad i = \frac{1}{4\pi} H_0 e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho_1 - \cos \alpha).$$

Or d'autre part

$$\frac{\partial i}{\partial z} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0$$

c'est-à-dire

$$-i\omega' \frac{1}{4\pi} H_0 + \frac{K_e}{4\pi} E_0 \cdot i\omega = 0$$

$$E_0 = \frac{H_0}{K_e} \frac{\omega'}{\omega}.$$

Exprimons toutes les forces ainsi que i et m en fonction du courant total I , ce qui nous sera utile plus loin.

I est donné par l'équation

$$4\pi I = \int_0^{2\pi} \mathcal{H} ds_\alpha = \int_0^{2\pi} \mathcal{H} \cdot \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{Ch\rho - \cos \alpha} = H_0 e^{i\omega t - i\omega' z} D\pi$$

$$I = \frac{H_0 D}{4} e^{i\omega t - i\omega' z} = \frac{HD}{4}$$

et, si l'on pose

$$(18) \quad I_0 = \frac{H_0 D}{4} \quad \text{ou} \quad H_0 = \frac{4I_0}{D},$$

$$(19) \quad I = I_0 e^{i\omega t - i\omega' z},$$

Il vient alors

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E} = \frac{1}{K_e} \frac{\omega'}{\omega} \frac{4I_0}{D} e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho - \cos \alpha) = \frac{1}{K_e} \frac{\omega'}{\omega} \frac{4I}{D} (Ch\rho - \cos \alpha) \\ \mathcal{H} = \frac{4I_0}{D} e^{i\omega t - i\omega' z} (Ch\rho - \cos \alpha) = \frac{4I}{D} (Ch\rho - \cos \alpha) \\ m = \frac{K_e}{4\pi} \frac{4\omega'}{K_e \omega D} I (Ch\rho_1 - \cos \alpha) = \frac{\omega'}{\omega} \frac{1}{\pi D} (Ch\rho_1 - \cos \alpha) \\ i = \frac{1}{4\pi} \frac{4}{D} I (Ch\rho_1 - \cos \alpha) = \frac{1}{\pi D} (Ch\rho_1 - \cos \alpha). \end{array} \right.$$

Étudions plus complètement la répartition du courant.

Si le courant total était uniformément réparti sur la surface des fils, la densité serait

$$i_m = \frac{I}{2\pi R}.$$

Nous pouvons considérer le courant I comme se composant d'un courant uniformément réparti de densité i_m et d'un courant supplémentaire i' formant deux couches égales et de signes contraires. La densité i' de ce courant supplémentaire est en chaque point :

$$(21) \quad i' = i - i_m = \frac{I}{\pi D} (Ch\rho_1 - \cos \alpha) - \frac{I}{2\pi R}.$$

Elle est nulle aux points définis par la valeur α_0 tirée de l'égalité

$$Ch\rho_1 - \cos \alpha_0 = \frac{D}{2R}.$$

La valeur totale I' de ce courant est donnée par l'intégrale

$$\begin{aligned} I' &= \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} (i - i_m) ds_\alpha = \\ &= 2 \int_0^{\alpha_0} \frac{I}{\pi D} \left[Ch\rho_1 - \cos \alpha - \frac{D}{2R} \right] \frac{d\alpha}{Ch\rho_1 - \cos \alpha} \frac{D}{2} = \\ &= \frac{I}{\pi} \int_0^{\alpha_0} d\alpha - \frac{D}{2R} \frac{d\alpha}{Ch\rho_1 - \cos \alpha}. \end{aligned}$$

On peut développer $\frac{1}{Ch\rho_1 - \cos \alpha}$ suivant les puissances croissantes de $e^{-\rho_1}$;

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\operatorname{Ch} \rho_1 - \cos \alpha} &= \frac{1}{\frac{e^{\rho_1}}{2} (1 - 2e^{-\rho_1} \cos \alpha + e^{-2\rho_1})} = \frac{2e^{-\rho_1}}{1 - 2e^{-\rho_1} \cos \alpha + e^{-2\rho_1}} \\
\frac{1}{\operatorname{Ch} \rho_1 - \cos \alpha} &= 2e^{-\rho_1} \left[-\frac{ie^{i\alpha}}{2\sin \alpha} \frac{1}{1 - e^{-\rho_1} e^{i\alpha}} + \frac{ie^{-i\alpha}}{2\sin \alpha} \frac{1}{1 - e^{-\rho_1} e^{-i\alpha}} \right] \\
&= 2e^{-\rho_1} \left[-\frac{ie^{i\alpha}}{2\sin \alpha} \left\{ 1 + e^{-\rho_1} e^{i\alpha} + e^{-2\rho_1} e^{2i\alpha} + \dots \right\} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{ie^{-i\alpha}}{2\sin \alpha} \left\{ 1 + e^{-\rho_1} e^{-i\alpha} + e^{-2\rho_1} e^{-2i\alpha} + \dots \right\} \right] \\
&= 2e^{-\rho_1} \frac{i}{2\sin \alpha} \cdot 2i \left[\frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} + e^{-\rho_1} \frac{e^{2i\alpha} - e^{-2i\alpha}}{2i} + \dots \right] \\
&= \frac{2e^{-\rho_1}}{\sin \alpha} (\sin \alpha + e^{-\rho_1} \sin 2\alpha + e^{-2\rho_1} \sin 3\alpha + \dots) \\
&= \frac{2}{\sin \alpha} (e^{-\rho_1} \sin \alpha + e^{-2\rho_1} \sin 2\alpha + \dots).
\end{aligned}$$

Mais $\rho_1 = \log \frac{r}{r'}$ ou sensiblement $\log \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{R}}$ et $e^{-\rho_1} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{D}}$.

Or dans nos expériences $\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{D}}$ est inférieur à $\frac{1}{10}$ et varie entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{160}$. Nous pouvons donc dans tous les cas ne conserver que les termes en $e^{-\rho_1}$ et $e^{-2\rho_1}$ et il vient

$$\frac{1}{\operatorname{Ch} \rho_1 - \cos \alpha} = 2(e^{-\rho_1} + 2e^{-2\rho_1} \cos \alpha)$$

et

$$\int_0^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\operatorname{Ch} \rho_1 - \cos \alpha} = 2e^{-\rho_1} \alpha_0 + 4e^{-2\rho_1} \sin \alpha_0.$$

Nous avons alors pour I'

$$I' = \frac{1}{\pi} \left[\alpha_0 - \frac{D}{2\mathcal{R}} (2e^{-\rho_1} \alpha_0 + 4e^{-2\rho_1} \sin \alpha_0) \right]$$

avec la relation tirée de (13 bis)

$$\operatorname{Ch} \rho_1 - \cos \alpha_0 = \frac{D}{2\mathcal{R}} = \operatorname{Sh} \rho_1.$$

De cette dernière relation, on peut tirer :

$$e^{-\rho_1} = \cos \alpha_0$$

et

$$\sin \alpha_0 = (1 - e^{-2\rho_1})^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} e^{-2\rho_1}$$

α_0 est donc presque égal à $\frac{\pi}{2}$.

Portons ces valeurs dans I'

$$\begin{aligned} I' &= \frac{1}{\pi} \left[\alpha_0 - Sh_{\rho_1}(2e^{-\rho_1}\alpha_0 + 4e^{-2\rho_1}) \right] = \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\alpha_0 - (e^{+\rho_1} - e^{-\rho_1}) (e^{-\rho_1}\alpha_0 + 2e^{-2\rho_1}) \right] \\ I' &= \frac{1}{\pi} \left[\alpha_0 - (\alpha_0 + 2e^{-\rho_1} - \alpha_0 e^{-2\rho_1}) \right] = \frac{1}{\pi} e^{-\rho_1} \left[-2 + \alpha_0 e^{-\rho_1} \right] \end{aligned}$$

et en première approximation :

$$(22) \quad \frac{I'}{I} = -\frac{2}{\pi} e^{-\rho_1}$$

I' est donc en valeur absolue inférieur à $\frac{1}{5\pi}$ et ne représente qu'une fraction assez petite du courant total, fraction variant de $\frac{1}{5\pi}$ à $\frac{1}{80\pi}$.

Dans le cas particulier actuel il est facile de calculer la self-induction L des deux fils par unité de longueur ainsi que leur capacité C.

Le flux du vecteur $\mu_e \mathcal{H}$ à travers une surface cylindrique de hauteur dz , parallèle aux fils et reliant les deux fils est égal à

$$\begin{aligned} (23) \quad F &= \int_{-\rho_1}^{+\rho_1} \mu_e \mathcal{H} dz ds_{\rho} = \int_{-\rho_1}^{+\rho_1} \mu_e \mathcal{H} dz \frac{D}{2} \frac{d\rho}{Ch\rho - \cos \alpha} \\ &= \int_{-\rho_1}^{+\rho_1} \mu_e H \frac{D}{2} dz d\rho = \mu_e H D \rho_1 dz \end{aligned}$$

en intégrant suivant la ligne $\alpha = \text{constante}$.

Or

$$F = (Ldz)I.$$

Donc

$$(24) \quad L = \frac{\mu_e HD \rho_1}{I} = 4 \rho_1 \mu_e$$

D'autre part, la différence de potentiel entre les deux fils est égale au travail de la force électrique pour aller d'un fil à l'autre.

On a

$$(25) \quad V - V' = \int_{-\rho_1}^{+\rho_1} \mathcal{E} ds_\rho = \int_{-\rho_1}^{+\rho_1} \frac{4I}{D} \frac{\omega'}{K_e \omega} \frac{D}{2} d\rho = 4I \frac{\omega'}{K_e \omega} \rho_1$$

La charge totale d'électricité comprise dans une couronne de hauteur dz est évidemment égale sur l'un des fils à :

$$Mdz = \frac{\omega'}{\omega} dzI.$$

car

$$\frac{dI}{dz} + \frac{dN}{dt} = 0.$$

Or

$$Mdz = (Cdz)(V - V').$$

Donc

$$\frac{\omega'}{\omega} I = C \frac{4}{K_e} I \frac{\omega'}{\omega} \rho_1$$

et

$$(26) \quad C = \frac{K_e}{4 \rho_1}.$$

Dans la théorie de Kirchhoff, la vitesse de propagation est égale à $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, c'est-à-dire ici à $\frac{1}{\sqrt{K_e \mu_e}}$. Or c'est le résultat auquel nous avait conduit la théorie de Maxwell. Les deux théories ici sont donc équivalentes.

c) *Cas général de deux fils parallèles, bons conducteurs et indéfinis.*

1° *Distribution des forces en dehors des fils.* — Nous conserverons dans ce paragraphe les coordonnées rectangulaires primitives, n'ayant que des considérations d'ordre particulier à faire.

Les fils étant supposés bons conducteurs, la distribution extérieure des forces ne différera que très peu de celle que nous venons d'étudier. Les composantes des forces électrique et magnétique doivent satisfaire à l'équation (2)

$$(\omega'^2 - K_e \mu_e \omega^2) (X, Y, Z, P, Q, R) = \Delta (X, Y, Z, P, Q, R).$$

Or $(\omega'^2 - K_e \mu_e \omega^2)$ que nous désignerons par ε est inférieur à $\frac{1}{10^6}$. En effet ω'^2 est de l'ordre de $\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$ ainsi que nous l'avons déjà dit. Si nous désignons par λ_0 la longueur d'onde correspondante dans l'air, λ_0 sera du même ordre que λ et l'on aura :

$$\omega'^2 - K_e \mu_e \omega^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda_0^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \left[1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_0^2} \right].$$

Les vitesses trouvées expérimentalement diffèrent de moins de $\frac{2}{1.000}$ de la vitesse de la lumière. Pour cette valeur et pour une longueur d'onde de 4 m., l'expression précédente devient :

$$\varepsilon = \omega'^2 - K_e \mu_e \omega^2 = \frac{4 \cdot 10}{16 \cdot 10^4} \left[1 - \left(\frac{1.000 - 2}{1.000} \right)^2 \right] = \frac{1}{4 \cdot 10^3} \cdot \frac{4}{10^3} = \frac{1}{10^6}.$$

Les dérivées secondes $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ne seront plus égales et de signes contraires qu'à une très grande approximation. Les forces elles-mêmes et leurs composantes auront extrêmement peu varié. On peut d'ailleurs exprimer ces dernières par des développements en série en fonction des puissances croissantes de ε . Par exemple, on peut poser pour X, en désignant

par X_c la valeur relative au cas des fils infiniment conducteurs :

$$X = X_c + \varepsilon X_1 + \varepsilon^2 X_2 + \dots$$

avec les conditions

$$\Delta X_c = 0 \quad \Delta X_1 = \varepsilon \Delta X_c \quad \Delta X_2 = \varepsilon \Delta X_1 \dots$$

Les conditions aux limites sont peu différentes de celles qui correspondent au cas des fils infiniment conducteurs. Par suite X_1 sera du même ordre de grandeur que X_c et il en sera de même de X_2 , X_3 , X_4 , etc... (X , Y ...) seront donc égales respectivement à (X_c , Y_c , ...) à moins de $\frac{1}{10^6}$ près. Nous pourrions donc considérer pratiquement les forces extérieures aux fils identiques à ce qu'elles seraient si les fils étaient infiniment conducteurs.

En particulier, nous supposerons $R = 0$. Or, à la surface des fils, R n'est pas nul puisqu'il circule un courant et qu'en chaque point ce courant est égal à $\mathcal{C}R$. Mais R n'est qu'une des composantes tangentielles de la force et cela veut dire que celle-ci est normale aux conducteurs à l'approximation annoncée. Il y a exception aux points où la composante normale est nulle, mais ces points sont isolés. Supposer R nul, cela revient encore à négliger les courants de déplacement.

2° *Distribution des courants et des forces à l'intérieur des fils.* — Nous avons vu, dans le cas des fils infiniment conducteurs, que le courant I pouvait être considéré comme uniformément réparti à la surface des fils, à condition de lui adjoindre un courant supplémentaire I' réparti en deux zones égales et de signes contraires, ce courant I' ne représentant qu'une faible fraction du courant total I , d'après la relation (22).

Nous supposerons donc le courant total I réparti en profondeur comme dans le cas d'un fil unique et nous avons étudié cette répartition. En outre, nous considérerons un

courant supplémentaire, identique à I' et uniquement superficiel.

De cette façon la distribution des forces à l'intérieur est la même que dans le cas d'un fil unique et, à l'extérieur, la même que dans le cas des fils infiniment conducteurs : en effet, la charge à la surface est la même et par suite la force électrique puisque le courant total a la même valeur ; et si, d'autre part, nous appliquons au secteur élémentaire de la figure 14 le théorème fondamental de l'électromagnétisme, nous trouvons qu'à la surface la force magnétique est la

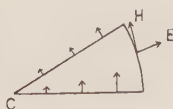


Fig. 14.

même que si tout le courant était superficiel. Par suite, dans tout l'espace extérieur, les forces seront les mêmes.

Puisque nous avons choisi une distribution arbitraire d'une fraction du courant total bien inférieure à $\frac{1}{5\pi}$ l'erreur que nous commettrons sur le rapport $\frac{V_0 - V}{V_0}$ donné par le calcul, V_0 étant la vitesse relative au cas des fils infiniment conducteurs et V la vitesse cherchée, ne portera que sur la partie correspondante de ce rapport et comme celui-ci a toujours été trouvé inférieur à $1/500$, elle ne sera qu'une petite fraction seulement de la quantité $\frac{1}{500.5.\pi}$ soit $\frac{1}{7.500}$ environ, c'est-à-dire que l'on calculera la différence $V - V_0$ à quelques kilomètres près, précision qui est suffisante.

3° *Calcul de la vitesse de propagation.* — Considérons maintenant un contour fermé, formé de portions égales dz

des deux axes des fils et de deux lignes de forces électriques quelconques situées respectivement dans les plans de cotes z et $z + dz$ (fig. 15).

Ecrivons que le travail du vecteur électrique le long de ce contour est égal à la dérivée par rapport au temps du flux magnétique à travers ce même contour.

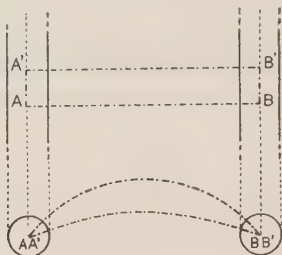


Fig. 15.

Le travail du vecteur électrique le long de AB est

$$\mathcal{E} = 2 \int_0^{\mathcal{R}} E dr + (V - V')$$

et en tenant compte des expressions (12) et (25)

$$\mathcal{E} = \frac{i\omega'a}{2\pi\mathcal{C}\mathcal{R}} \left[1 - i - \frac{ia}{2\mathcal{R}} + \dots \right] I + 4l \frac{\omega'}{K_e\omega} \rho_1.$$

Le long de B'A', le travail est $-(\mathcal{E} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} dz)$; il est nul le long de AA' et de BB'.

Le long du contour fermé ABB'A, il est de

$$-\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} dz = dz \left[\frac{i\omega'a}{2\pi\mathcal{C}\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2\mathcal{R}} \right) + \frac{4\omega'}{K_e\omega} \rho_1 \right] i\omega'l.$$

Le flux du vecteur magnétique est donné par l'expression

$$\mathcal{F} = \left[2 \int_0^{\mathcal{R}} H dr + LI \right]$$

et d'après (11) et (24)

$$\mathcal{F} = \left[\frac{2a}{\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2\mathcal{R}} \right) + 4\rho_1\mu_e \right] Idz.$$

Sa dérivée est égale à

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = dz \left[\frac{2a}{c\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2c\mathcal{R}} \right) + 4\rho_1\mu_e \right] i\omega I.$$

D'où finalement la relation

$$\left[\frac{i\omega' a}{2\pi c\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2c\mathcal{R}} \right) + \frac{4\omega'}{K_e\omega} \rho_1 \right] \omega' = \left[\frac{2a}{c\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2c\mathcal{R}} \right) + 4\rho_1\mu_e \right] \omega.$$

On voit d'abord que l'on peut négliger $\frac{\omega'^2}{2\pi c}$ vis-à-vis de 2ω , le premier étant dans nos expériences de l'ordre de $\frac{2\pi}{400^2} \cdot 2.000$ et le second de $4\pi.75.000.000$.

Il vient alors

$$(27) \quad \begin{aligned} \frac{4\omega'^2}{K_e\omega} \rho_1 &= \omega \left[\frac{2a}{c\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2c\mathcal{R}} \right) + 4\rho_1\mu_e \right] \\ \frac{\omega'^2}{K_e\mu_e\omega^2} &= 1 + \frac{a}{2\rho_1\mu_e c\mathcal{R}} \left(1 - i - \frac{ia}{2c\mathcal{R}} \right). \end{aligned}$$

Tel est le résultat de notre théorie simplifiée. Si l'on compare cette expression à celle trouvée par M. Mie dans son mémoire, on constate qu'elle en diffère de moins de un centième dans le cas le plus défavorable.

Extrayons la racine carrée des deux membres de (27)

$$\frac{\omega'}{\sqrt{K_e\mu_e\omega}} = 1 + \frac{a}{4\rho_1\mu_e c\mathcal{R}} (1 - i).$$

Or ω' est égal à $\left(\frac{2\pi}{\lambda} - \gamma i \right)$, γ étant le coefficient d'amortissement. Nous pourrions donc en tirer ce dernier, mais nous le laisserons de côté. La caractéristique de la galène d'une part n'est pas linéaire et, d'autre part, est établie en courant continu ; il s'ensuit que les courbes de résonance tracées en haute fréquence ne permettent pas d'évaluer graphiquement et avec précision le coefficient d'amortissement. De plus cette caractéristique varie avec chaque point de la galène. La position du sommet de la courbe, seule, est respectée.

Il vient donc, λ_0 étant la longueur d'onde relative au cas des fils infiniment conducteurs :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda_0}{2\pi} = \frac{V_0}{V} = 1 + \frac{a}{4\rho_1 \Re \mu_e}$$

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{a}{4\rho_1 \Re \mu_e}$$

et :

$$(28) \quad \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{a}{4\rho_1 \Re \mu_e}$$

Transformons cette expression.

La distance des centres des cercles et leur rayon sont définis par les expressions :

$$\mathcal{D} = D \frac{Ch\rho_1}{Sh\rho_1} \quad \Re = \frac{D}{2Sh\rho_1}$$

$$Ch\rho_1 = \frac{\mathcal{D}}{2\Re} = \frac{e^{\rho_1} + e^{-\rho_1}}{2}$$

D'où l'on tire :

$$\rho_1 = \text{Log} \left(\frac{\mathcal{D}}{2\Re} + \sqrt{\frac{\mathcal{D}^2}{4\Re^2} - 1} \right) = \text{Log} \frac{\mathcal{D}}{\Re} \left(1 - \frac{\Re^2}{\mathcal{D}^2} \dots \right)$$

et finalement puisque $\mu_e = 1$:

$$(29) \quad \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{a}{4\Re} \frac{1}{\text{Log} \frac{\mathcal{D}}{\Re} - \frac{\Re^2}{\mathcal{D}^2} \dots}$$

ou avec une approximation suffisante :

$$(30) \quad \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{a}{4\Re \log \frac{\mathcal{D}}{\Re}}$$

Dispositif expérimental.

La figure 16 donne une vue d'ensemble de ce dispositif.

Deux fils métalliques de même diamètre, de 11 m. de long, sont tendus horizontalement, à une distance bien déterminée



Fig. 16. — Vue d'ensemble des fils, du ruban d'invar et des appareils de détection.

l'un de l'autre, à 2 m. au-dessus du sol, à 2 m. des murs et du plafond de la salle d'expériences. Leurs extrémités sont fixées aux murs par l'intermédiaire de bâtons d'ébonite et de ressorts à boudin qui assurent la tension.

L'oscillateur de 4 m. de longueur d'onde agit par induction sur l'une des extrémités des fils qui sont reliés à cet

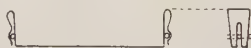


Fig. 17.

endroit par un pont métallique fixe. Un autre pont, mobile le long des fils, détermine un circuit fermé que l'on peut mettre en résonance sur l'oscillateur. A l'autre extrémité, en dérivation sur les deux fils est branché un détecteur à galène dont

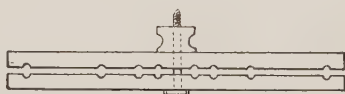


Fig. 18.

le courant redressé, mesuré par un microampèremètre ou un galvanomètre, est fonction de la position du pont mobile et permet de déterminer la courbe de résonance.

Les fils sont nettoyés soigneusement avec de la toile d'émeri à grain fin : ils doivent, en effet, être très propres pour que les contacts soient bien assurés et que la résistivité de la couche superficielle soit parfaitement déterminée.

Le pont fixe (fig. 17) est constitué par une petite lame de laiton ayant 5 mm. de largeur environ et 1 mm. d'épaisseur, recourbée à ses deux extrémités en forme de pince pour assurer le contact avec les fils. La lame est assez rigide pour que la distance des deux fils à cet endroit reste invariable. D'ailleurs les fils sont maintenus à leurs extrémités entre deux

petites plaquettes d'ébonite de 2 cm. de largeur ayant chacune plusieurs encoches de la grosseur des fils et qu'un écrou permet de serrer fortement l'une contre l'autre (fig. 18).

Le pont mobile (fig. 19) dont la réalisation a nécessité de nombreux tâtonnements est de construction un peu plus compliquée car il doit, malgré ses déplacements, rester parallèle à lui-même, les contacts étant en même temps parfaitement

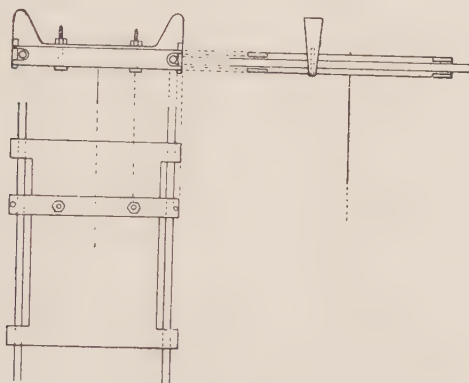


Fig. 19.

assurés et définis. A ses extrémités formant ressort sont soudés deux petits fils d'acier qui ne s'usent pas à l'usage ; ces extrémités sont en acier malgré la perméabilité et la résistance électrique de ce métal parce qu'il est le seul à conserver l'élasticité nécessaire pour assurer les contacts. Le pont est fixé sur une plaque d'ébonite de quelques millimètres d'épaisseur, suffisamment longue pour glisser sans jeu latéral sur les fils grâce aux quatre rainures dont elle est munie.

Un fil de soie très fin est fixé au milieu de cette plaque et porte à son extrémité une petite masse cylindro-conique en laiton, le tout jouant le rôle de fil à plomb. La masse terminale plonge dans une cuve où un mélange d'eau et de glycérine amortit presque immédiatement ses oscillations.

A un mètre au-dessous des fils est tendu un ruban d'invar long de 4 m. ⁽¹⁾; une de ses extrémités est fixée par une tige filetée et un écrou à une lame d'acier verticale, rigide, solidaire d'un support en bois massif et solidement fixé; cette extrémité peut se déplacer verticalement le long de la lame; l'autre extrémité est attachée à une corde qui passe autour d'une poulie, en l'occurrence une roue de bicyclette; un poids de 10 kilogrammes donne à la corde une tension fixe. Le ruban, gradué en décimètres, porte deux divisions millimétriques entre 0 m. et 0 m. 10 et entre 4 m. et 4 m. 10; une graduation supplémentaire a été ajoutée entre '2 m. et 2 m. 10. Ce sont ces graduations millimétriques qui nous ont permis de mesurer les distances de 2 m. environ qui séparaient, dans nos expériences, les diverses positions de résonance du pont mobile.

Pour faire les lectures, une lampe à filament rectiligne et vertical donne du fil de soie sur le ruban une ombre rectiligne, extrêmement déliée et qui permet à chaque instant de repérer la position du pont mobile à moins de $1/10$ de mm. près. Il faut avoir soin de fermer les portes et les fenêtres de la salle, le moindre courant d'air faisant osciller le fil de soie et rendant les lectures imprécises.

De plus les fils et le ruban doivent être parallèles pour que les lectures soient correctes. Pour cela, au moyen d'un niveau d'eau, on amène les deux extrémités des fils dans un plan horizontal en suspendant des poids à l'une d'elles. On amène de même les deux extrémités du ruban d'invar au même niveau en modifiant la position de celle qui est réglable.

(1) Ce ruban, destiné à des mesures géodésiques, doit sa réalisation à M. Guillaume, Directeur du Bureau international des Poids et Mesures. C'est sur les indications de M. Guillaume lui-même que j'ai été amené à utiliser ce ruban. Je lui adresse ici tous mes remerciements pour ses conseils et la bienveillance qu'il m'a témoignée en me permettant de faire étalonner au Pavillon de Breteuil le ruban qui m'a servi.

La détermination de la flèche pour les fils employés, même les plus gros, et avec les différents ponts ainsi que celle du ruban montre que l'on peut, sans erreur sensible relativement à la précision des mesures, considérer les fils et le ruban comme horizontaux.

D'autre part, le fil de soie reste à environ 1 mm. du ruban sur toute la longueur de celui-ci.

Pour déplacer le pont le long des fils on le frappe légèrement avec une baguette d'ébonite ou de verre. Les ressorts du pont serrent suffisamment pour rendre possibles aux abords de la résonance des déplacements inférieurs à $1/10$ de mm. Sous le choc les fils peuvent entrer en vibration mécanique; pour amortir ces oscillations un amortisseur cellulaire plongeant dans l'huile est suspendu aux bâtons d'ébonite de l'une des extrémités des fils: l'équilibre est atteint très rapidement.

Comme système de détection nous avons préféré la galène à la lampe détectrice. L'expérience nous a montré que les sensibilités étaient du même ordre mais le montage avec la galène est beaucoup plus facile, moins encombrant et ne nécessite pas l'emploi d'accumulateurs. D'ailleurs la galène s'est montrée très stable et nous avons souvent expérimenté avec le même point de galène pendant plusieurs jours.

La galène et un condensateur en série à lames de mica de $10/1.000$ de microfarad aux bornes duquel est branché à volonté soit un microampèremètre soit un galvanomètre relie les deux fils à leur extrémité la plus éloignée de l'oscillateur. Le microampèremètre est un appareil à pivots, à cadre mobile, de 15 cm. de diamètre et donnant pour toute l'échelle 250 ou 150 microampères; le galvanomètre est un galvanomètre sensible à cadre mobile de 800 ohms de résistance et à pièces polaires cylindriques; le rayon du miroir est de 3 m. On lit la position du spot sur une échelle semi-transparente; les lectures à 2 et à 4 m. se font à l'aide d'une lunette viseur. Pour déterminer le sommet de la courbe de

résonance au moyen du galvanomètre il faut ne lui envoyer qu'une faible partie du courant détecté ; on compense la majeure partie de ce courant par une batterie de 10 volts débitant à travers une résistance de quelques dizaines de milliers d'ohms. Le galvanomètre, shunté d'une façon convenable, prend rapidement sa position d'équilibre.

Dans nos premières expériences le circuit du détecteur était fermé sur lui-même par une simple boucle que l'on approchait des fils mais, pour éviter les variations de couplage en cours d'expérience et pour rendre les expériences plus comparables entre elles, nous avons mis par la suite la galène en dérivation sur les fils. Et, pour éviter l'action directe, constatée à faible distance, de l'oscillateur sur celle-ci, nous l'avons placée à l'extrémité opposée. Drude a montré que l'énergie transmise au delà d'un pont métallique est d'autant plus faible que le pont est plus court, qu'il réalise mieux un véritable court-circuit. Or, dans nos expériences, la distance des fils est toujours très petite vis-à-vis de la longueur d'onde : l'énergie captée par le système de détection qui se trouve au delà du pont mobile sera donc toujours une très faible fraction de l'énergie du circuit résonant et l'amortissement de ce dernier sera très peu augmenté.

Complexité du phénomène observé.

Le courant détecté ne provient pas seulement de l'action sur le détecteur du circuit fermé constitué par les deux fils et les deux ponts. Si le pont mobile est, en effet, loin d'une position de résonance il y a cependant un courant détecté qui est indépendant de la position de ce pont : les deux fils se comportent comme deux antennes parallèles placées dans un champ électromagnétique ; on conçoit que le courant qui les parcourt dans ces conditions ne dépende pas du pont mobile. D'autre part, si on touche au microampèremètre, si même on en approche simplement la main, le courant détecté

varie également : c'est que les fils de jonction de la galène au microampèremètre et ce dernier lui-même forment aussi des antennes et qu'on a modifié la distribution des ondes plus ou moins stationnaires le long de tout le circuit. Pour obvier à cet inconvénient et éliminer une cause possible d'erreur nous avons placé le long des fils de jonction deux masses métalliques de grande capacité constituées par des grillages de cuivre enroulés. On peut alors toucher impunément à l'appareil de mesure et modifier la disposition des fils qui y aboutissent.

L'effet d'antenne des deux fils complique singulièrement le phénomène à étudier et il n'est pas possible de l'éliminer d'une manière complète. La loi de variation de l'intensité du courant détecté en fonction de la position du pont mobile ne peut pas représenter d'une façon simple les phénomènes de résonance dans le circuit des fils. L'effet d'antenne et l'effet de résonance produisent sur la galène des actions qui ne sont pas en phase, et c'est l'action résultante que l'on observe. Un raisonnement assez grossier et purement qualitatif permet de se rendre compte de ce qui se passe.

Soit e la force électromotrice induite par l'oscillateur dans le circuit résonant des fils ; R , L et C des grandeurs fictives caractéristiques de ce circuit aux abords de la résonance. Si ω désigne la pulsation et e la force électromotrice induite le courant induit est égal à :

$$i = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

Ce courant sera en phase avec e au moment de la résonance.

Le courant i' qui traverse la galène est sensiblement proportionnel à i et égal à ki ; il sera décalé sur i d'une quantité constante.

On pourra dans ces conditions construire le diagramme de la figure 20. Lorsque le pont mobile se déplace autour de sa

forme d'S ; tantôt le maximum est plus accusé que le minimum, tantôt c'est l'inverse ; il est impossible d'en déduire la position de résonance d'une façon exacte.

Il faut donc arriver à supprimer l'effet d'antenne ou tout au moins à le mettre en phase avec l'effet de résonance. Pour cela on a été conduit à placer sur l'un des fils, à proximité du pont fixe, une antenne auxiliaire verticale ; les phases des deux effets considérés sont modifiées différemment. Par une étude expérimentale systématique, en faisant varier la distance du pont fixe à l'extrémité des fils, la distance de l'antenne au pont et la longueur de cette antenne, on arrive à trouver des conditions très favorables : la courbe de résonance reprend sa forme habituelle et très souvent même l'effet d'antenne est pratiquement annulé. On trouve qu'il est possible de satisfaire convenablement aux conditions indiquées en plaçant le pont fixe à une dizaine de centimètres de l'extrémité des fils et l'antenne à une distance de 5 à 10 cm. de ce pont ; on règle alors expérimentalement la longueur de l'antenne qui varie de 1 m. à 1 m. 40 avec la grosseur et la distance des fils employés. Le réglage de cette antenne peut être fait à moins de 1 cm. près ; en effet, pour une antenne plus longue, on retombe sur une courbe en S débutant par exemple par un minimum ; pour une antenne plus courte, on débiterait au contraire par un maximum. Ces chiffres dépendent de la fréquence de l'oscillateur et du couplage entre l'oscillateur et les fils et d'ailleurs de l'ensemble du dispositif expérimental.

Remarquons que la distance de l'antenne au pont fixe est suffisamment faible pour ne pas amortir sensiblement le circuit résonant : les mesures restent précises et les résonances très aiguës.

Une autre perturbation peut venir de l'action des oscillateurs autres que celui de 4 m. Nous avons effectivement constaté une influence de l'oscillateur de 80 m. avec variation du courant détecté suivant la position du pont mobile. Il a suffi

de disposer sur les fils pour éliminer cet effet et l'erreur qui en résulterait un troisième pont fixe placé vers la galène et d'une dizaine de cm. de longueur. Dans ces conditions, quand tous les oscillateurs fonctionnent sauf celui de 4 m., le courant détecté est rigoureusement nul quelle que soit la position du pont mobile.

Le circuit de galène se trouve alors constitué par une boucle dont une partie forme pont entre les fils. Il est avantageux, pour augmenter la sensibilité des lectures, de connecter une antenne rectiligne à l'une des bornes de la galène, ce qui revient à rapprocher celle-ci d'un ventre de courant. La distance entre les deux ponts fixes est telle que le circuit intermédiaire qui sert à la liaison du circuit de galène et du circuit résonant principal n'est jamais accordé en même temps que ce dernier.

Influence des objets extérieurs sur la précision des mesures.

La difficulté d'application de la méthode provient de sa propre sensibilité. Nous avons déjà signalé, à propos de la mesure des périodes, que le rapprochement ou l'éloignement d'objets quelconques, les allées et venues dans la salle d'expériences ou les salles voisines constituaient de sérieuses causes de trouble. Dans la mesure des longueurs d'ondes le trouble apporté est bien plus considérable. Les deux mesures sont ici simultanées. Et lorsque le son de battements entre l'oscillateur de 4 m. de longueur d'onde et le multivibrateur formé de l'ensemble de tous les autres oscillateurs synchronisés change de hauteur, cette variation est relativement faible tandis que l'aiguille du microampèremètre a, par contre, des mouvements complètement désordonnés qui rendent toute lecture impossible; dans ces conditions l'emploi d'un galvanomètre ne peut même pas être envisagé.

Mais ces variations d'intensité du courant détecté disparaissent en même temps que les variations de hauteur du son

de battements si les expériences se font la nuit lorsqu'il n'y a plus aucune cause extérieure de trouble; la stabilité des appareils devient parfaite : le son de battements est pur et l'aiguille du microampèremètre ainsi que le spot du galvanomètre restent immobiles.

Puisque la période même des oscillations est relativement peu affectée on peut admettre, pour expliquer les perturbations observées, qu'il y a variation de couplage entre l'oscillateur, les fils et la galène : on voit par là combien est complexe la notion de couplage en haute fréquence. Mais cependant une variation du nombre et un changement de disposition des objets extérieurs doivent, en outre, amener des modifications dans les propriétés des fils et ceci différemment en chacun de leurs points et différemment d'une expérience à l'autre. Comme les expériences sont faites à des intervalles de temps assez considérables les mesures doivent être affectées par ces perturbations variables et nous devons prévoir une cause d'erreur supplémentaire. En effet, les mouvements du spot ou ceux de l'aiguille indiquent si les perturbations varient d'un instant à l'autre mais, si elles sont invariables pendant le cours d'une expérience, leur influence n'en subsiste pas moins et celle-ci peut changer avec chaque expérience : la précision obtenue dans nos déterminations s'en trouvera fatalement diminuée.

Et effectivement, si pour certains dispositifs expérimentaux nous avons atteint dans nos déterminations une approximation du $1/10.000$, nous ne l'avons guère dépassée contrairement à ce que laisse prévoir, comme nous le verrons, la précision expérimentale des diverses mesures dans chaque cas particulier. Pour d'autres dispositifs même, les mesures faites à des époques très différentes ne concordent pas entre elles ou ne concordent qu'avec une approximation bien inférieure à celle des mesures elles-mêmes. Cet effet est d'autant plus accusé que les fils sont plus rapprochés et plus gros. Nous avons expérimenté avec trois paires de fils bons conduc-

teurs, de 10/10, 20/10 et 40/10 de mm. de diamètre environ. Avec les petits fils la concordance des mesures est très bonne : elle l'est déjà moins avec les fils moyens quand ils sont très rapprochés ; elle est franchement mauvaise pour les gros fils (¹).

Si, d'autre part, on compare les intervalles entre les positions de résonance successives du pont mobile on trouve qu'ils ne sont pas toujours égaux entre eux. Le tableau ci-joint donne les résultats expérimentaux relatifs à ces comparaisons.

Tableau des intervalles entre les positions de résonance du pont mobile

(Les intervalles sont tous de 2 mètres environ et les différences sont exprimées en 1/10 de millimètre)

Diamètre des fils	Distance de leurs axes	1 ^{er} intervalle	2 ^e intervalle	3 ^e intervalle
1 mm. 16	0 cm. 92	$a_1 + 3,5$	a_1	$a_1 + 6$
	1 cm. 93	$a_2 + 4,5$	a_2	$a_2 + 2$
	3 cm. 91	$a_4 + 2$	a_4	$a_4 - 1,5$
	7 cm. 92	a_8	a_8	$a_8 - 4,5$
2 mm. 06	1 cm. 02	$b_1 + 20$	b_1	$b_1 + 4,5$
	2 cm. 00	$b_2 + 6$	b_2	$b_2 + 19$
	4 cm. 03	b_4	b_4	$b_4 + 5$
	8 cm. 03	$b_8 - 0,5$	b_8	$b_8 - 1,5$
3 mm. 90	»	»	»	»
	2 cm. 02	$c_2 + 33$	c_2	$c_2 + 220$
	4 cm. 01	$c_4 + 12$	c_4	$c_4 + 76$
	8 cm. 04	$c_8 + 6$	c_8	$c_8 + 12$

Pour chaque dispositif, c'est-à-dire pour une paire de fils situés à une distance donnée l'un de l'autre, nous avons comparé entre eux trois intervalles successifs. Ces intervalles sont tous à peu près égaux et de 2 m. environ ; la période des

(¹) Il faut ajouter que la distance des fils est d'autant moins bien définie que les fils sont plus rapprochés et plus gros car, à cause de leur rigidité, ils ne sont pas parfaitement rectilignes.

oscillations employées est restée très sensiblement la même dans toutes les expériences. Le premier intervalle commence à 4 m. de l'oscillateur et le troisième finit à 0 m. 50 de la galène. On a pris comme terme de comparaison l'intervalle central qui est désigné dans le tableau par une lettre affectée d'un indice, la lettre se rapportant aux fils et l'indice rappelant leur distance. Tous les chiffres du tableau expriment des $1/10$ de mm. alors que les lettres représentent des longueurs de 2 m.

Les chiffres relatifs aux gros fils n'ont été donnés qu'à titre qualitatif pour la raison exposée plus haut.

L'examen des nombres obtenus montre que les mesures les moins certaines, les plus sujettes à variations se rapportent justement aux dispositifs expérimentaux pour lesquels les intervalles entre les positions de résonance du pont mobile présentent entre eux les plus grands écarts. Il est naturel de penser que ces deux effets dont l'importance varie toujours dans le même sens et simultanément sont complémentaires l'un de l'autre et sont la conséquence d'une même cause.

Cette cause semble avoir pour effet général d'allonger les intervalles et plus particulièrement ceux des extrémités; il est, en effet, vraisemblable que les perturbations les plus fortes sont aux extrémités, là où il y a de nombreux appareils. Cette cause agirait dans le sens d'une diminution apparente de capacité ou de self-induction, c'est-à-dire d'une augmentation apparente de la vitesse de propagation des ondes; il y aurait cependant exception pour les petits fils à grande distance. Son action est d'autant plus sensible que les fils sont plus gros et plus rapprochés, c'est-à-dire justement que les influences extérieures se font sentir davantage.

Il est difficile d'interpréter ce résultat expérimental. Nous ne sommes pas dans des conditions identiques à celles des fils indéfinis et isolés dans l'espace. Cette modification n'est pas d'ailleurs due à la présence des ponts. Ceux-ci constituent bien des causes de perturbation mais dont l'effet se localise

aux environs immédiats ; en ce qui concerne le pont mobile, la perturbation reste la même pour les différentes positions de résonance de sorte que les distances entre ces dernières ne s'en trouvent pas modifiées ; c'est une simple conséquence de la théorie de Kirchhoff sur la propagation des ondes dont on trouvera les développements dans les travaux de Drude et de Mazzotto.

Mais ce résultat suppose que les fils conservent dans toute la région servant aux mesures les mêmes propriétés que s'ils étaient indéfinis et isolés. A cette condition seulement, les diverses positions de résonance du pont mobile seront équidistantes, cette équidistance étant d'une demi-longueur d'onde.

Or nous n'avons pas toujours obtenu dans les différents cas des intervalles égaux, même en tenant compte de la précision des mesures. Les propriétés des fils sont différemment modifiées en chacun de leurs points. On peut admettre dans le cas actuel que la cause perturbatrice la plus importante vient de la présence des appareils qui sont aux extrémités, oscillateurs d'un côté, détecteur de l'autre et dont l'effet présente une variation régulière tout le long des fils. Les autres objets, au contraire, situés en des points quelconques et variables ont des effets moins intenses, mais irréguliers et eux-mêmes variables.

Pour l'interprétation complète des résultats, il faudrait alors tenir compte de tout ce qui est dans la salle et les salles voisines et de la configuration même de celles-ci. La présence de l'observateur est aussi une cause de perturbation. De plus, la salle d'expériences est remplie d'un système plus ou moins complexe d'ondes stationnaires qui n'est pas sans influence sur les fils.

Mais alors, une théorie mathématique, quelle qu'elle soit, n'a plus de valeur pratique dans de telles conditions. Il vaut mieux chercher à s'affranchir de phénomènes aussi complexes en se rapprochant des conditions théoriques et idéales. La

salle d'expériences devrait être immense et isolée : les fils seraient par suite très longs et leurs propriétés dans leur partie centrale seraient celles de fils indéfinis et isolés. Regrettons pour notre part de n'avoir pas pu disposer d'une salle semblable.

Cette étude montre quelle est la nécessité de vérifier, dans chaque cas particulier, l'équidistance des positions de résonance. Or bien souvent, dans ce genre de mesures, on s'est contenté d'évaluer la distance des deux premières positions, prise à *a priori* égale à la demi-longueur d'onde. Tout dépend il est vrai de la précision des mesures et ce qui semblait extrêmement simple quand la précision des mesures était de l'ordre du $\frac{1}{100}$ ou du $\frac{1}{1.000}$ apparaît extrêmement compliqué quand elle dépasse le $\frac{1}{10.000}$ et atteint quelques $\frac{1}{100.000}$. Certaines influences que l'on ne soupçonnait pas sont mises en évidence. D'autres connues voient leur importance s'accroître et peuvent être étudiées plus complètement. Et même, dans certains cas, les phénomènes étudiés n'apparaissent définis qu'avec une précision inférieure à la précision propre des mesures.

Marche d'une expérience.

Les oscillateurs à lampes sont mis en fonctionnement plusieurs heures avant de commencer les mesures. Lorsqu'ils ont atteint un régime bien stable, on les synchronise deux à deux et on les règle de façon à amener les accrochages au maximum de stabilité en opérant comme il a été dit dans la première partie.

Nous avons spécifié que l'oscillateur de 4 m. était isolé et fonctionnait indépendamment des autres : au moment de la résonance, la réaction du circuit principal des fils peut devenir assez forte dans certains cas pour détruire le synchro-

nisme qui existerait entre cet oscillateur et le multivibrateur constitué par tous les autres oscillateurs synchronisés. C'est pourquoi nous avons préféré le séparer franchement de ceux-ci tout en diminuant son couplage avec les fils. Néanmoins, au moment de la résonance, le son de battements entre l'oscillateur de 4 m. et l'harmonique de même fréquence du multivibrateur change de hauteur. On fait le réglage de façon à réaliser l'extinction pour une position de résonance du pont mobile; l'expérience montre que l'extinction subsiste pour les autres positions de résonance. Si l'on s'éloigne d'une telle position il arrive, quand les fils sont très écartés, que le son ne reste pas toujours grave. Pour éviter cette variation de hauteur il faudrait diminuer le couplage, mais on ne peut pas le diminuer beaucoup sans affaiblir en même temps la sensibilité des mesures. D'ailleurs la seule période qui nous intéresse correspond aux positions de résonance pour lesquelles l'extinction est réalisée.

Les fils vibrent toujours un peu mécaniquement en cours d'expérience et le son de battements, sauf s'il y a extinction, ne reste pas d'une pureté parfaite : il est un peu chevrotant, ce qui permet de le reconnaître nettement parmi d'autres sons.

Le réglage des oscillateurs terminé on peut s'assurer des précautions prises antérieurement, par exemple, que le son de battements ne varie pas sensiblement quand on touche aux instruments de mesure.

On met alors en marche l'appareil dérouleur et sur la bande enfumée s'inscrivent les battements de l'horloge et les oscillations fondamentales du multivibrateur.

Puis on commence immédiatement les lectures au micro-ampèremètre ou au galvanomètre pour déterminer les positions de résonance du pont mobile. Deux méthodes peuvent être employées : on peut tracer les courbes de résonance dont on détermine graphiquement le sommet (fig. 21); on peut aussi chercher à déterminer directement celui-ci par le

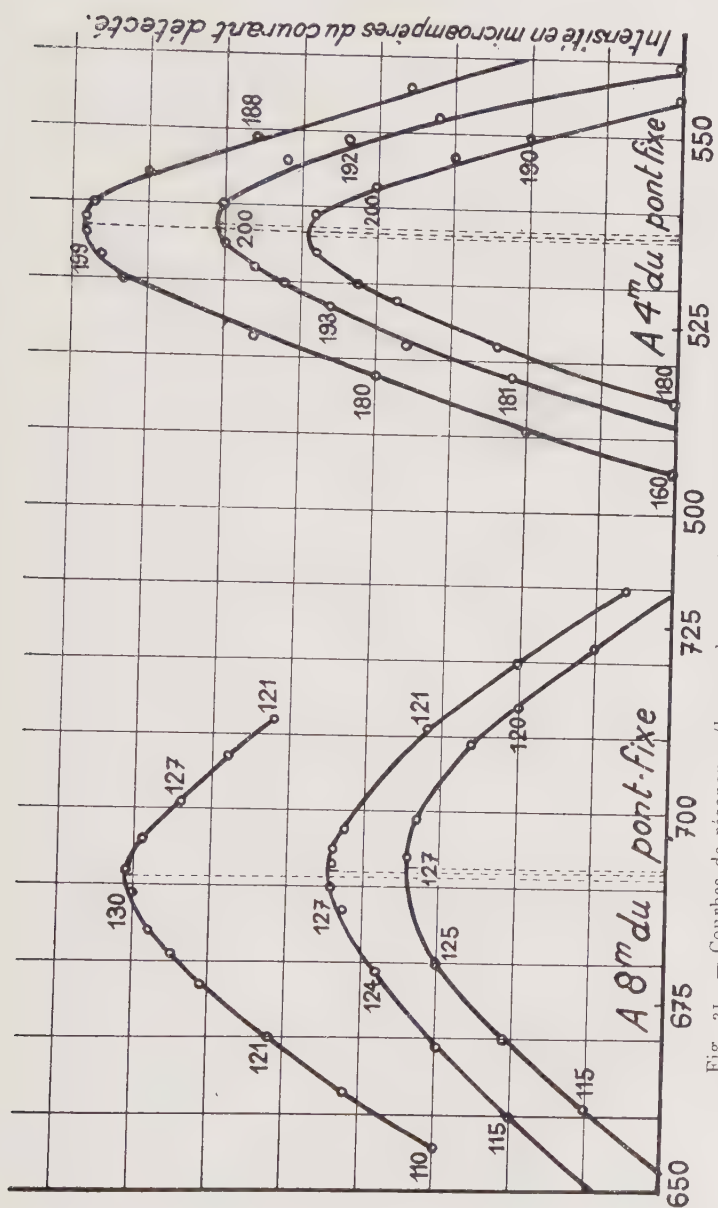


Fig. 21. — Courbes de résonance (les nombres portés en abscisse expriment des 1/10 mm.).

maximum du courant détecté et dans ce cas on opère toujours avec le galvanomètre qui est plus sensible que le micro-ampèremètre. La courbe de résonance est à peu près symétrique vers son sommet qui est plus ou moins aplati : on détermine les positions du pont pour lesquelles le courant qui traverse le galvanomètre commence à diminuer, successivement dans les deux sens ⁽¹⁾ ; on fait plusieurs lectures pour réduire les erreurs et la moyenne détermine la position de résonance du pont.

Nous avons employé les deux méthodes : elles sont susceptibles de la même précision et, comme la dernière est de beaucoup la plus simple et la plus rapide, c'est elle que nous avons finalement adoptée.

La distance entre deux positions consécutives de résonance donne la demi-longueur d'onde qui est de l'ordre de 2 m. Les déterminations à 4 m. de distance donnent directement la longueur d'onde : le ruban d'invar est alors utilisé dans toute sa longueur.

A titre d'exemple nous allons donner les détails des mesures d'une expérience complète.

Détails d'une mesure complète.

Diamètre des fils : 20/10 mm.

Distance des fils : 4 cm.

Lectures au ruban.

0 m. 0350	0 m. 0351	4 m. 0305	4 m. 0310
0 m. 0350	0 m. 0352	4 m. 0304	4 m. 0309
0 m. 0350	0 m. 0352	4 m. 0303	4 m. 0308

Moyennes : 0 m. 035083.

4 m. 03065

Longueur d'onde brute : 3 m. 995566.

Correction d'étalonnage du ruban : 0 m. 00168.

(1) La distance des deux positions du pont ainsi définies est cinq à six fois plus petite que celle qui sépare les positions pour lesquelles le son de battements redevient audible.

Longueur d'onde rectifiée : 3 m. 997246.

Numéros d'ordre des harmoniques utilisés :

20 10 6 10 26 5

Durée de l'enregistrement : 20 minutes.

Lectures à la bande :

Nombre total d'oscillations : 57478,75. $\left\{ \begin{array}{l} 57478,6 \\ 57478,9 \\ 57478,8 \\ 57478,7 \end{array} \right.$
 moyenne de quatre lectures décalées l'une sur
 l'autre de deux secondes

Répartition par minutes successives :

2874	2873,9	2874	2873,9	2874,2
2873,9	2873,9	2873,8	2874	2874
2874,1	2873,7	2874,1	2873,8	2874
2874	2873,8	2873,7	2873,9	2873,7

Nombre d'oscillations par seconde : $\frac{57478,75}{20 \times 60} = \frac{2873,9375}{60}$.

Correction relative à la transformation du temps sidéral
 donné par l'horloge en temps moyen :

$$T_m = T_s \frac{119672}{120000}.$$

Vitesse = $V = 3,997246 \cdot \frac{120000}{119672} \frac{2873,9375}{60} \times 20 \times 10 \times 6 \times 10 \times 26 \times 5$.

Calcul logarithmique

log 3,997246	601	76	08,1
log 12	079	18	12
log 130	113	94	34
log 2873,9375	458	47	73,5
log $\frac{120000}{119672}$	001	18	86,4
log 1/60	$\frac{221}{476}$	$\frac{84}{40}$	$\frac{87}{01}$
log V			

$$V = 299502 \text{ km. 3}$$

Précision des mesures.

Dans les diverses mesures que nous avons à effectuer les erreurs que nous commettons portent sur la période du multivibrateur, sur l'accord entre l'oscillateur de 4 m. et l'un des harmoniques du multivibrateur et sur la longueur d'onde.

Nous avons vu dans la première partie de ce travail que l'évaluation de la période du multivibrateur s'effectuait avec une précision dépassant le $\frac{1}{100.000}$.

La fréquence de l'oscillateur de 4 m. est de 75.000.000 environ. Nous avons dit que le son de battements changeait de hauteur lorsque le pont mobile se déplaçait, mais nous avons spécifié que l'extinction était toujours réalisée au moment de la résonance du circuit des fils avec l'oscillateur. La hauteur du son audible de plus basse fréquence en haut parleur ne dépasse pas dans les différentes expériences la valeur de 750 périodes à la seconde : l'accord est donc réalisé à moins de $\frac{1}{100.000}$ près.

L'erreur la plus importante vient certainement de la détermination de la longueur d'onde et, cependant, cette détermination est faite avec une précision qui n'a jamais été atteinte avec les ondes amorties. Les diverses courbes de résonance de la figure 21, faites à trois heures d'intervalle, montrent que leur sommet est déterminé à 1/10 de mm. près et en même temps quelle est la fidélité de fonctionnement des appareils. La méthode directe donne la même précision. Chaque bord du méplat est défini à 1/10 de mm. près : l'écart extrême des chiffres qui le déterminent ne dépasse pas en général 2/10 de mm. La précision obtenue dans la détermination du sommet lui-même dépend beaucoup de la largeur du méplat et celle-ci dépend essentiellement de la sensibilité des appa-

reils et notamment du point de galène. A 4 m. du pont fixe, cette largeur est de quelques $1/10$ de mm. ; à 8 ou 10 m., elle peut atteindre 1 mm. si le point de galène est défectueux.

Pour reconnaître effectivement quelle précision on pouvait atteindre dans la mesure de la distance de deux positions de résonance, nous avons fait spécialement trois séries de lectures à deux heures d'intervalle, à 4 et 8 m. respectivement du pont fixe. Pour éviter toute suggestion, à chaque fois le ruban d'invar était déplacé par translation dans le sens de sa longueur. Nous avons trouvé les nombres suivants :

4 m. 0754	4 m. 0747	4 m. 0758
0 m. 0685	0 m. 06775	0 m. 0689
4 m. 0069	4 m. 00695	4 m. 0069

Deux nombres sont identiques, le troisième n'en diffère que de $1/20$ de mm.

D'ailleurs, sur trois mesures faites avant, pendant et après la détermination de la période de l'expérience n° 1 du tableau qui sera donné plus loin, deux sont identiques et la troisième n'en diffère que de $1,5/10$ de mm. Dans l'expérience n° 3, l'écart maximum entre trois mesures atteint $2/10$ de mm., tandis qu'il n'est que de $1/20$ de mm. dans l'expérience n° 4.

Cependant, cet écart peut atteindre parfois $4/10$ de mm. L'erreur, dans tous les cas, ne dépasse donc jamais $2/10$ de mm. et comme la longueur d'onde est de 4 m., l'erreur relative sur celle-ci restera inférieure au $1/20.000$. Le plus souvent même la précision atteinte est plus grande.

Cette précision vient de ce que l'acuité de la résonance est bien plus grande qu'avec les ondes amorties. Dans la plupart des expériences antérieures les courbes donnant le courant détecté en fonction de la position du pont mobile avaient une allure plus ou moins sinusoïdale. La même courbe ici se compose d'une série de pics aigus séparés par des intervalles de courant nul. En fait tout le phénomène a lieu sur une

longueur qui ne dépasse pas 10 cm. alors que la longueur d'onde est de 4 m.

C'est avec une précision du même ordre que l'on compare les distances entre les diverses positions de résonance. La rapidité de ces comparaisons permet de faire un assez grand nombre de lectures et d'augmenter la précision obtenue : ainsi, la comparaison de deux de ces intervalles pour des fils de 20/10 de mm. de diamètre et distants de 4 cm. a donné en dixièmes de millimètre les différences suivantes :

$$+ 0,5 \quad - 0,5 \quad - 1,5 \quad 0 \quad 0 \quad + 0,5 \quad + 2$$

soit 7 nombres dont les deux extrêmes diffèrent de 3,5 et dont la moyenne est nulle.

Dans la détermination de la vitesse de propagation l'erreur relative totale provenant des mesures expérimentales doit donc être inférieure à

$$\frac{1}{100.000} + \frac{1}{100.000} + \frac{1}{20.000} = \frac{7}{100.000}.$$

Il faut ajouter l'erreur due au ruban d'invar. Celui-ci n'est pas rectiligne mais la correction de flèche est négligeable, étant donné le degré de précision des mesures. Sa longueur elle-même est connue à moins de 1/20 de mm. près, soit avec une erreur relative inférieure au $\frac{1}{80.000}$.

La vitesse de propagation est donc déterminée dans chaque expérience avec une précision dépassant le $\frac{1}{10.000}$, de l'ordre même du $\frac{1}{20.000}$. La précision se trouverait même augmentée du fait que, pour chaque cas particulier, on fait plusieurs déterminations.

L'emploi des ondes entretenues permet donc de mesurer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils métalliques avec une précision encore inconnue, à moins de 30 km. près.

Etant donné ce que nous venons de dire sur la précision

des mesures et sur les causes extérieures de perturbations qui viennent les fausser, nous avons cherché à éprouver la méthode en nous plaçant dans des conditions moyennes, avec les fils de $\frac{20}{10}$ de mm. de diamètre et aux distances de 2 et 4 cm. Nous avons fait deux séries de mesures en valeur absolue, six pour la distance de 4 cm., douze pour celle de 2 cm. Nous avons mesuré la distance l séparant deux positions de résonance du pont situées respectivement à 4 et 8 m. du pont fixe initial et nous avons pris le rapport de cette distance à la période T correspondante déterminée par la lecture de la bande sur laquelle s'inscrivaient en même temps les oscillations fondamentales du multivibrateur.

Dans les deux séries la précision obtenue est la même. Aussi ne donnerons-nous que les mesures relatives à la distance de 2 cm., parce qu'elles sont plus nombreuses.

Numéro d'ordre	Date	l	Harmoniques utilisés	Fréquence enregistrée	$\frac{T}{l}$
1	25 juillet	3 ^m 99788	20.10.6.10.31.3	66,9583	299.562 km.
2	25 »	3 99055	19.11.5.11.24.4	67,83900	299.558
3	28 »	4 00209	19.11.5.11.33.3	65,6035	299.604
4	29 »	4 00000	19.11.5.11.33.3	65,6350	299.590
5	29 »	3 99980	19.11.5.11.32.4	50,7686	299.600
6	1 ^{er} août	3 99578	20.10.6.10.31.4	50,24766	299.577
7	1 ^{er} »	3 99548	20.10.6.10.31.4	50,25478	299.597
8	4 »	3 99818	20.10.6.10.26.5	47,89700	299.560
9	4 »	3 99818	20.10.6.10.30.5	41,51333	299.579
10	7 »	4 00008	20.10.6.10.26.4	59,84166	299.554
11	8 »	3 99725	20.10.6.10.26.5	46,13208	299.550
12	13 »	3 99700	20.10.6.10.26.5	46,13833	299.571

Dans les 12 expériences rapportées dans le tableau ci-joint, la période des ondes stationnaires est sensiblement constante, mais les harmoniques utilisés des divers oscillateurs varient dans de notables proportions ainsi que la fréquence des oscillations fondamentales du multivibrateur. Cependant l'écart extrême entre les 12 nombres obtenus est inférieur au $\frac{1}{5.000}$

de leur valeur, c'est-à-dire que le nombre moyen et le nombre réel sont égaux à moins de $\frac{1}{10,000}$ près.

La valeur de la méthode étant ainsi démontrée, on peut pour les autres déterminations faire un nombre moins élevé d'expériences.

Mais toutes les déterminations n'ont pas été faites ainsi. Pour chaque paire de fils il suffit de faire une série d'expériences complètes, relatives à un écartement donné et comprenant notamment la détermination de la période. Pour les autres écartements, on compare les distances entre les positions de résonance du pont mobile. Durant toutes ces comparaisons la période des oscillations utilisées doit être invariable : on s'assure de la constance de celle-ci en maintenant l'accord entre l'oscillateur de petite longueur d'onde et le multivibrateur auquel on ne touche pas. Les vitesses qui correspondent aux différents écartements sont entre elles comme les longueurs d'ondes et elles se déduisent de la vitesse particulière déterminée en valeur absolue.

L'erreur commise dans ces mesures relatives est la même que celle commise dans la comparaison des distances entre les diverses positions de résonance successives puisqu'il s'agit également de comparaisons de longueurs. Ces mesures permettent d'étudier plus rapidement l'influence de l'écartement des fils sur la vitesse de propagation.

Nous allons pouvoir énumérer les résultats auxquels nous sommes parvenus et les comparer aux indications de la théorie.

RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

Dans toutes nos expériences la période des oscillations utilisées est restée à peu près la même. Nous avons surtout cherché à mettre en évidence l'influence du diamètre des fils

et celle de leur distance sur la répartition des ondes stationnaires et sur la vitesse de propagation des ondes.

Nous ne serons assurés de pouvoir déterminer des vitesses de propagation que si nous avons plusieurs intervalles égaux, deux au moins, entre les diverses positions de résonance du pont mobile.

Or, dans un tableau précédent, nous avons vu qu'il n'en était pas toujours ainsi, même en tenant compte des erreurs expérimentales. Nous avons proposé une explication de ce phénomène d'observation sans toutefois nous rendre parfaitement compte de son mécanisme intime.

Dans les cas où il n'y a pas d'intervalles égaux nous pourrions cependant obtenir l'ordre de grandeur de la vitesse de propagation ; nous aurons une valeur par excès en prenant comme demi-longueur d'onde le plus petit intervalle correspondant trouvé ; la précision sera d'autant moins bonne que les fils seront plus gros et plus rapprochés.

Nous allons tout d'abord donner les résultats bruts de nos expériences.

Diamètre des fils : 1 mm. 16	Distance des axes.	7 cm. 92	3 cm. 91	1 cm. 93	0 cm. 92
	Vitesse de propa- gation.	299.466 km.	299.417 km.	A 299.342 km.	299.233 km.
Diamètre des fils : 2 mm. 00	Distance des axes.	8 cm. 03	4 cm. 03	2 cm. 00	1 cm. 02
	Vitesse de propa- gation.	299.568 km.	A 299.515 km.	A 299.530 km.	299.515 km.
Diamètre des fils : 3 mm. 90	Distance des axes.	8 cm. 04	4 cm. 01	2 cm. 02	»
	Vitesse de propa- gation.	299.694 km.	299.640 km.	A 299.630 km.	»

Les vitesses précédées de la lettre A sont celles qui ont été déterminées en valeur absolue. Les autres l'ont été en valeur relative par rapport à ces dernières. Les nombres qui sont en haut et à gauche donnent effectivement des vitesses de propagation. Les autres nombres, à *droite du trait noir*, ne donnent les vitesses correspondantes que par excès et avec une approximation d'autant moins bonne qu'ils sont plus en bas et plus à droite du tableau.

Pour une même paire de fils nous mettons donc ainsi en évidence l'influence très nette de la distance des fils. Pour les fils de 1 mm. 16 par exemple, quand la distance varie de 8 à 2 cm., la vitesse de propagation passe de 299.466 km. à 299.342 pour descendre même à 299.233 environ si cette distance devient de l'ordre du centimètre. La variation relative est supérieure au $\frac{1}{1.500}$. Les variations sont aussi nettes pour les autres fils ; elles sont d'autant moins grandes que les fils sont plus gros.

Mais la théorie que nous avons développée antérieurement nous a permis de calculer la différence théorique qui doit exister entre la vitesse des ondes relative à chaque dispositif particulier des fils et la vitesse des mêmes ondes dans le diélectrique ambiant supposé seul.

Nous allons dans un nouveau tableau donner à côté de chaque vitesse expérimentale cette différence calculée d'après la formule (30) de notre théorie pour en déduire dans chaque cas la vitesse des ondes dans le diélectrique. Les nombres obtenus présenteront les mêmes particularités que les vitesses elles-mêmes ; ils seront donnés par excès dans les cas où nous n'avons pas obtenu d'intervalles égaux et cet excès sera d'autant plus grand que les fils seront plus gros et plus rapprochés.

	Distance des axes	Vitesse expérimen- tale	Différence théorique avec la vitesse dans l'air	Somme
Diamètre des fils : 1 mm. 16		km.	km.	km.
	7 cm. 92	299.466	260	299.726
	3 cm. 91	299.417	303	299.720
Conductibilité	A 1 cm. 93	299.342	366	299.708
$\frac{1}{2.850}$	0 cm. 92	299.233	474	299.707
Diamètre des fils : 2 mm. 06				
	8 cm. 03	299.568	130	299.698
	A 4 cm. 03	299.515	155	299.670
Conductibilité				
$\frac{1}{1.760}$	A 2 cm. 1 cm. 02	299.530 299.515	191 249	299.721 299.764
Diamètre des fils : 3 mm. 90				
	8 cm. 04	299.694	83	299.777
	4 cm. 01	299.640	100	299.740
Conductibilité	A 2 cm. 02	299.630	125	299.755
$\frac{1}{1.600}$	»	»	»	»

Pour les fils de 1 mm. 16, nous obtenons quatre nombres (le quatrième étant toutefois incertain) dont les extrêmes diffèrent de moins de 20 km. Comme l'erreur maxima dans les mesures relatives peut être de 30 km., nous pouvons donc affirmer que les nombres obtenus sont égaux aux erreurs d'expériences près.

La même égalité expérimentale se retrouve pour les deux vitesses relatives aux fils de 2 mm. 06, placés à 4 et 8 cm. de distance.

Les autres nombres, malgré leur inexactitude certaine puisqu'ils sont donnés par excès confirment cependant d'une manière satisfaisante les conclusions précédentes. Tous les

résultats expérimentaux varient bien dans le sens voulu par la théorie quand la distance des fils augmente ou diminue.

Cependant les vitesses mesurées *en valeur absolue*, respectivement pour les fils de 1 mm. 16 à 2 cm. de distance et ceux de 2 mm. 06 à 4 cm., donnent pour la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans l'air deux nombres voisins de 299.700 km. et égaux aux erreurs d'expérience près. Mais cette vitesse ainsi déterminée expérimentalement et qui, on le sait, est égale à $\frac{1}{\sqrt{K_e \mu_e}}$, K_e et μ_e étant le pouvoir inducteur spécifique et la perméabilité de l'air, se trouverait être inférieure à la vitesse de la lumière dans l'air dont la valeur est un peu inférieure à 299.000 km.

Mais il est probable que nos calculs sont faits par défaut. En effet, pour avoir des fils propres, nous les avons nettoyés avec de la toile d'émeri et nous avons ainsi rayé toute leur surface ; or la pénétration n'est que de $\frac{1}{100}$ de mm. environ et, à cause de cette ruguosité, le courant se trouve canalisé à la surface des fils d'une façon plus ou moins irrégulière ; la résistance réelle doit donc être notablement plus élevée que celle calculée et la vitesse de propagation être plus petite que si les fils étaient parfaitement lisses. On peut aussi concevoir une modification de la couche superficielle analogue à celle que M. Vincent a trouvée pour l'argent. Ces modifications suffiraient, semble-t-il, à expliquer les écarts trouvés ⁽¹⁾.

Quoiqu'il en soit la concordance des nombres obtenus en associant l'expérience et la théorie est vraiment satisfaisante.

Par suite, l'écart que l'on trouve entre les vitesses dans l'air des ondes lumineuses et des ondes électromagnétiques de

(1) Nous avons mesuré la perméabilité des fils et aussi celle de la couche superficielle frottée avec de la toile d'émeri. Il résulte de ces mesures que le fait de prendre la perméabilité égale à l'unité n'entraîne dans les calculs que des erreurs complètement négligeables ici.

4 m. de longueur d'onde est assez inexplicable. Pour élucider la question il faudrait mesurer la vitesse des ondes électromagnétiques dans l'air avec une précision qui soit également de l'ordre du $\frac{1}{10.000}$.

De toutes façons, ce résultat inattendu, joint à tout ce que nous avons dit précédemment, nous montre que, si l'on veut mesurer la période d'oscillations électriques de très haute fréquence en déterminant la longueur d'onde du système d'ondes stationnaires que ces oscillations provoquent le long de deux fils métalliques, on se heurte à des complications nombreuses qui peuvent entraîner des erreurs importantes et dont il est difficile, sinon impossible, d'évaluer l'ordre de grandeur. Au contraire, la méthode que nous avons utilisée ne présente aucune cause semblable d'incertitude.

RÉSUMÉ GÉNÉRAL

En résumé, dans la première partie de ce travail, nous avons exposé une nouvelle méthode de mesure en valeur absolue de la période d'oscillations électriques de haute fréquence. Cette méthode nous a permis de déterminer une période de l'ordre de $\frac{1}{100.000.000}$ de seconde par comparaison directe à une horloge avec une précision dépassant le $\frac{1}{100.000}$. Jamais une telle précision n'avait été atteinte dans la mesure des périodes d'oscillations électriques d'une fréquence aussi élevée. La méthode est d'ailleurs applicable à des fréquences encore un peu plus élevées, de l'ordre du milliard.

Dans le cours de nos expériences, nous avons mis en évidence et utilisé le phénomène, non encore signalé jusqu'à ce jour, de la synchronisation harmonique et multiple. Cette propriété nous a permis de réaliser un multivibrateur dont la

fréquence fondamentale est de quelques dizaines de périodes par seconde et qui possède un nombre immense d'harmoniques, plusieurs millions, tous aussi intenses que le fondamental.

Les appareils utilisés sont, d'autre part, extrêmement simples. Ce sont des oscillateurs à lampes à trois électrodes, du modèle de ceux que l'on emploie couramment en télégraphie sans fil.

Dans la deuxième partie, une méthode extrêmement sensible nous a permis d'étudier le système d'ondes stationnaires que ces oscillations électriques provoquent le long de deux fils métalliques parallèles. Un pont fixe et un pont mobile le long de ces fils constituaient un circuit fermé que l'on pouvait accorder sur les oscillations inductrices. Les positions du pont mobile au moment des diverses résonances ont été déterminées à moins de $1/10$ de mm. près pour une longueur d'onde de 4 m. Nous avons pu ainsi déterminer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques le long des fils métalliques avec une précision dépassant le $\frac{1}{10.000}$, c'est-à-dire à moins de 30 km. près et nous avons pu aussi étudier l'influence du diamètre et de la distance des fils sur la valeur de cette vitesse : nous avons mis en évidence, suivant les dispositifs employés, des différences de quelques dizaines de kilomètres entièrement conformes aux résultats que donne la théorie. Cette théorie nous l'avons développée à partir des équations de Maxwell par une méthode d'approximations successives et en ne faisant que des hypothèses suggérées par les conditions expérimentales et en rapport avec la précision des mesures.

Nous avons trouvé un écart de l'ordre de $\frac{1}{2.000}$ entre les vitesses dans l'air des ondes lumineuses d'une part et des ondes électromagnétiques d'autre part, cette dernière étant déduite des mesures expérimentales et des corrections indiquées par la théorie. Cet écart peut s'expliquer par des varia-

tions de résistance de la couche superficielle des fils mais, néanmoins, il nous est difficile de dire si cet écart existe réellement et de nous prononcer définitivement à ce sujet. Ce résultat nous a amené à comparer deux méthodes de détermination de la période des oscillations électriques : celle dans laquelle on mesure la longueur d'onde d'un système d'ondes stationnaires produit le long de deux fils métalliques et celle que nous avons employée : la première comporte une assez grande part d'incertitude que l'on ne rencontre pas dans la seconde.

La précision des mesures nous a permis de montrer que les phénomènes dont les fils sont le siège sont en réalité beaucoup plus complexes qu'on ne l'avait cru jusqu'à présent. Nous avons pu mettre en évidence et étudier systématiquement certaines perturbations encore mal connues comme, par exemple, celles qui proviennent de la présence d'objets extérieurs situés près des extrémités des fils.

Ces expériences ont été faites au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure. Nous tenons à adresser nos très vifs remerciements à M. Abraham, Directeur du Laboratoire, pour les conseils qu'il nous a maintes fois prodigués, l'intérêt suivi qu'il nous a témoigné et pour toutes les facilités matérielles qu'il nous a procurées dans l'exécution de nos travaux.

A ces remerciements nous voulons associer M. Bigourdan, Directeur du Bureau International de l'Heure et M. Guillaume, Directeur du Bureau International des Poids et Mesures pour l'aide efficace qu'ils nous ont apportée.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- ABRAHAM et BLOCH. — Mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence (*Ann. de Phy.*, **12**, 237, 1919).
- Amplificateurs de très basse fréquence et oscillographes à plume ; leur application à l'inscription des signaux de T. S. F. (*R. G. E.*, 7, 211 et 255, 1920).
- ARMAGNAT — Sur l'étalonnage des ondemètres (*E. C. M. R.*, 1917).
- BARKLA. — The velocity of electric waves along wires (*Phil. Mag.*, **1**, 652, 1901).
- BEAUVAIS. — Sur la définition de l'heure marquée par une horloge (*C. R.*, **159**, 18, 1914).
- BIRKELAND. — Elektrische Schwingungen in Drähten, directe Messing der fortschreitenden Welle (*Ann. der Phy.*, **47**, 583, 1892).
- Über die Reflexion und Resonanz der Hertzchen electrischen Schwingungen (*Ann. der Phy.*, **52**, 486, 1894).
- BJERKNES. — Über electrische Resonanz (*Ann. der Phy.*, **55**, 120, 1895).
- BLONDLOT. — Détermination expérimentale de la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques (*J. de Phy.*, 2^e série, **10**, 549, 1891).
- Détermination de la vitesse de propagation d'une perturbation électrique le long d'un fil de cuivre à l'aide d'une méthode indépendante de toute théorie (*C. R.*, **117**, 543, 1893).
- M. BRILLOUIN. — Propagation de l'électricité (*Hermann*, Paris, 1904).
- CAMPBELL. — On the measurement of wave length for high frequency electrical oscillations (*Phil. Mag.*, **18**, 794, 1909).
- CHAFFEE. — A new method of impact excitation of undamped electric oscillations and their analysis by means of Braun tube oscillographs (*Pro. Amer. Acad.*, **47**, 267, 1911).
- Harmonic method of calibrating a wave meter (*Pro. Ins. Rad. Eng.*, **5**, 357, 1917).

- COHN et HERRWAGEN. — Über die Periode sehr schneller electrischer Schwingungen (*Ann. der Phy.*, **43**, 343, 1891).
- DÉCOMBE. — Mesure directe de la période des oscillations hertziennes (*C. R.*, **126**, 518, 1898).
- DIESELHORST. — Absolute Messung der Wellenlänge elektrischer Schwingungen (*J. der draht. T. T.*, **4**, 262, 1907).
- DRÜDE. — Zur Theorie stehender electrischer Drahtwellen (*Ann. der Phy.*, **60**, 1, 1897).
- Resonanzmethode zur Bestimmung der Periode der oscillatorischen Condensatorenentladung (*Ann. der Phy.*, **9**, 611, 1902).
- Die Eichung von Wellenmessern, insbesondere beim Slabyschen Multiplikationsstabe (*E. T. Z.*, **26**, 339, 1905).
- DÖNITZ. — Der Wellenmässer und seine Anwendung (*E. T. Z.*, **24**, 920, 1903).
- Der Wellenmässer und seine Anwendung (*E. T. Z.*, **25**, 119, 1904).
- DUFOUR. — Egalité des vitesses de propagation d'ondes électriques très courtes dans l'espace libre et le long des fils conducteurs (*C. R.*, **118**, 1039, 1894).
- EHRHARDT. — Über electrische Schwingungen in Luft und längs Drähten (*Ann. der Phy.*, **47**, 809, 1915).
- VON ETTENRICH. — Methode der Wellenmessereichung mit Benützung harmonischer Oberschwingungen (*J. der draht. T. T.*, **15**, 236, 1920).
- FERRIÉ. — Sur les ondes hertziennes en T. S. F. (*C. R.*, **136**, 1248, 1903).
- Sur la mesure des longueurs d'ondes hertziennes (*C. R.*, **152**, 515, 1911).
- FERRIÉ et BOULANGER. — La T. S. F. et les ondes électriques (Berger-Levrault, Paris, 1909).
- FLEMING. — The measurement of high frequency currents and electric waves (*Electrician*, **56**, 520, 556, 638, 670, 762, 1906).
- The principles of electric wave telegraphy and telephony (Longmans-Green, London, 1919).
- GRAY and MATHEWS. — A Treatise on Bessel Functions (Macmillan, London, 1895).
- GUTTON. — Comparaison des vitesses de propagation des ondes électromagnétiques dans l'air et le long des fils (*C. R.*, **128**, 1508, 1899).
- Comparaison des vitesses de propagation de la lumière des ondes électromagnétiques le long des fils (*C. R.*, **152**, 685, 1911).

- Sur l'entretien simultané d'un circuit oscillant et de circuits harmoniques (*C. R.*, **174**, 941, 1922).
- GUTTON et TOULY. — Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde (*C. R.*, **168**, 271, 1919).
- HERTZ. — Über sehr schnelle elektrische Schwingungen (*Ann. der Phys.*, **31**, 421, 1887).
- Über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen (*Ann. der Phys.*, **34**, 551, 1888).
- Die Kräfte elektrischer Schwingungen behandelt nach der Maxwell'schen Theorie (*Ann. der Phys.*, **36**, 1, 1889).
- JOUAUST. — Mesure des longueurs d'onde en T. S. F. (*J. de Phys.*, 5^e série, **2**, 645, 1912).
- LECHER. — Eine Studie über elektrische Resonanzerscheinungen (*Ann. der Phys.*, **41**, 850, 1890).
- LINDEMANN. — Über die Verwendung der harmonischen Oberschwingungen des Poulsenkreises bei Messungen der Wellenläufer (*Verh. der. D. Phys. Gesel.*, **14**, 624, 1912).
- MAZZOTTO. — Sul periodo di vibrazione dell'apparato di Lecher con appendici ai fili secondari. Determinazione teorica (*Nuo. Cim.*, 4^e série, **6**, 172, 1897).
- MERCIER. — Sur la mesure de la vitesse de propagation des ondes électriques le long des fils métalliques (*C. R.*, **173**, 768, 1921).
- Sur la synchronisation harmonique des oscillateurs électriques (*C. R.*, **174**, 448, 1922).
- MIE. — Electricische Wellen an zwei parallelen Drähten (*Ann. der Phys.*, **2**, 201, 1900).
- PÉROT. — Sur les oscillations de Hertz (*C. R.*, **144**, 164, 1892).
- POINCARÉ. — Les oscillations électriques (Carré, Paris, 1894).
- BALTH. VAN DER POL JUN. — The production and Measurement of Short continuous electromagnetic Waves (*Phil. Mag.*, **38**, 90, 1919).
- SARAZIN et DE LA RIVE. — Résonance multiple des ondulations électriques de Hertz (*C. R.*, **110**, 72, 1890).
- Propagation de l'ondulation électrique hertzienne dans l'air (*C. R.*, **112**, 658, 1891).
- SAUNDERS. — The Velocity of electric waves (*Phy. Rev.*, **4**, 81, 1896).
- SLABY. — Der Multiplikationsstab, ein Wellenmesser für die Fünkentelegraphie (*E. T. Z.*, **24**, 1007, 1903).
- SOMMERFELD. — Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes (*Ann. der Phys.*, **67**, 233, 1899).

- TISSOT. — Sur la mesure de la période des ondes utilisées en T. S. F. (*C. R.*, **132**, 763, 1901).
- Sur la période des antennes de différentes formes (*C. R.*, **139**, 628, 1904).
- Sur la détermination exacte des périodes des oscillations électriques (*C. R.*, **152**, 684, 1911).
- J. J. THOMSON. — Recent Researches in Electricity and Magnetism (1893).
- TOWNSEND and MORRELL. — Electric Oscillations in Straight Wires and Solenoids (*Phil. Mag.*, **42**, 265, 1921).
- TROWBRIDGE and DUANE. — The Velocity of electric waves (*Phil. Mag.*, **40**, 211, 1895).
- TURPAIN. — Sur le résonateur de Hertz et le champ hertzien (*J. de Phy.*, 3^e série, **7**, 470, 1898).
- VINCENT. — Sur l'épaisseur des couches de passage (*J. de Phy.*, 3^e série, **9**, 78, 1900).
- WHITE. — (*Gen. Elec. Rew.*, **19**, 1916).
-

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

	Pages
SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES DE HAUTE FRÉQUENCE.	I
Introduction et historique	2
Premiers essais de mesure de périodes en valeur absolue.	9
De la synchronisation simple et harmonique des oscillateurs électriques.	12
De la synchronisation multiple ; méthode adoptée pour la mesure en valeur absolue de la période des oscillations électriques	19
Montage et description des appareils	20
Réglage des oscillateurs. Précautions à prendre	31
Précision des mesures et résultats.	36

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES LE LONG DES FILS CONDUCTEURS	41
Introduction et historique	41
Théorie du phénomène	45
Dispositif expérimental	66

Complexité du phénomène observé.	72
Influence des objets extérieurs sur la précision des mesures	76
Marche d'une expérience.	81
Détails d'une mesure complète.	84
Précision des mesures	86
Résultats et conclusions.	90
Résumé général	95
Index bibliographique	98

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

**Existe-t-il des rapports entre l'état colloïdal
et la constitution chimique de la matière ?**

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 5 juin 1923.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. MOLLIARD.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

P. APPELL.

